М. ГАУСИ, К. ЛАКЕР

Активные фильтры с переключаемыми конденсаторами

Перевод с английского В. Д. Разевига
под редакцией В. И. Капустяна



Москва „РАДИО И СВЯЗЬ“ 1986

MODERN FILTER DESIGN

Active RC and Switched Capacitor

M.S. GHAUSI

John F. Dodge Professor of Engineering
Oakland University

K.R. LAKER

Member of Technical Staff
Supervisor, Networks and Signalling Group
Bell Telephone Laboratories

PRENTICE-HALL, INC., Englewood Cliffs, NJ 07632

ББК 32.84
Г 24
УДК 621.372.57.018.782

Редакция переводной литературы

Гауси М., Лакер К.

Г 24 Активные фильтры с переключаемыми конденсаторами: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1986.— 168 с.: ил.

Книга американских авторов посвящена реализации активных фильтров с переключаемыми конденсаторами. Приведены эквивалентные схемы для этих фильтров, синтезированы звенья первого и второго порядков. Проанализированы схемы реальных звеньев фильтров различных типов, рассмотрены особенности их применения. Дан пример разработки фильтра, изготовленного по интегральной МОП технологии.

Для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием и применением фильтров с переключаемыми конденсаторами.

Г $\frac{\textbf{2402020000-116}}{\textbf{046(01)-86}}$ **77-86** **ББК 32.84**

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Технологам и разработчикам радиоэлектронной аппаратуры до недавнего времени не удавалось создать полностью интегральные частотно-избирательные устройства. Применение традиционных *LC*-цепей, как известно, исключается, так как катушки индуктивности плохо поддаются микроминиатюризации. Плодотворные попытки заменить их активными *RC*-цепями начались в 60-х годах с появлением недорогих интегральных полупроводниковых операционных усилителей (ОУ) с удовлетворительными характеристиками. В результате были созданы активные *RC*-фильтры, получившие широкое распространение в диапазоне частот до десятков килогерц. Классические *RC*-фильтры требуют создания стабильных прецизионных *RC*-цепей с достаточно большими постоянными времени, что трудно обеспечить с помощью стандартной микроэлектронной технологии. Поэтому этот класс фильтров был воплощен на базе дискретных элементов или в виде гибридных конструкций, состоящих из бескорпусных интегральных ОУ и навесных конденсаторов.

Специфические свойства МОП-технологии, такие как возможность получения высококачественных конденсаторов с малыми токами утечки и операционных усилителей с малыми габаритными размерами и потребляемой мощностью, привлекли к ней внимание разработчиков фильтров. Однако непосредственная интеграция активных *RC*-фильтров с помощью МОП-технологии сопряжена с рядом трудностей, связанных, в первую очередь, с получением больших емкостей и сопротивлений. Так как активные *RC*-фильтры предназначены для диапазона частот до десятков килогерц, то потребуются постоянные времени не менее 10^{-5} с. МОП-конденсаторы занимают на кристалле настолько большую площадь, что, как правило, нецелесообразно получать емкости более 50 пФ. Следовательно,

потребуется большое сопротивление резисторов (не менее 1 МОм), получить которое можно только на большой площади кристалла, кроме того, МОП-резисторы обычно нелинейны. Другая трудность заключается в том, что абсолютные допуски на емкости (5...10%) и сопротивления по МОП-технологии недопустимо велики для создания прецизионных фильтров.

Для преодоления указанных трудностей резистор обычных активных *RC*-фильтров можно имитировать цепью, состоящей из конденсатора небольшой емкости и аналоговых ключей, переключаемых с частотой, намного превышающей частоту сигнала. Так, в конце 70-х годов появились активные фильтры с переключаемыми конденсаторами — цепи, состоящие из конденсаторов, аналоговых ключей и операционных усилителей. Следует заметить, что примерно в то же время был найден другой путь создания интегральных полупроводниковых аналоговых фильтров — появились трансверсальные фильтры на базе приборов с зарядовой связью (ПЗС). Однако в настоящее время интерес к ним существенно уменьшился из-за явного преимущества фильтров с переключаемыми конденсаторами. Несмотря на то что многие из используемых в настоящее время способов построения схем с переключаемыми конденсаторами были разработаны еще 15—20 лет назад (см., например, [Д10, Д11]), их открытие следует датировать 1977 г., когда появились первые работы по МОП-фильтрам на переключаемых конденсаторах.

В 1979 г. появились серийные монолитные микросхемы этих фильтров. К основным достоинствам фильтров с переключаемыми конденсаторами относится следующее:

— возможность реализации по интегральной полупроводниковой технологии;

— простота сопряжения с дискретными и цифровыми устройствами;

— возможность программирования (с использованием конденсаторных матриц с цифровым программированием);

— малые площадь, занимаемая на кристалле, и потребляемая мощность.

Сравнительно недавно цепи с переключаемыми конденсаторами удалось применить и для реализации других, отличных от фильтрации, функций обработки сигналов [Д1]. Появляются сложные (до 40 ОУ) устройства в полностью интегральном исполнении, содержащие наряду с фильтрами узлы АРУ, АПЧ, ЦАП, прецизионные усилители и т. п.

В отечественной литературе вопросы разработки устройств на переключаемых конденсаторах освещены пока

слабо. Предлагаемая вниманию читателя книга является переводом части книги известных специалистов по активным фильтрам М. Гауси и К. Лакера «Modern Filter Design. Active RC and Switched Capacitor». В ней впервые на русском языке систематически излагаются вопросы проектирования МОП-фильтров. Книга написана в форме учебного пособия с множеством примеров, облегчающих понимание специфики рассматриваемого класса цепей, и по существу является введением в теорию и практику фильтров с переключаемыми конденсаторами. Изложение материала базируется на аналогии с активными *RC*-фильтрами, которые названы непрерывными аналоговыми в отличие от дискретно-аналоговых фильтров с переключаемыми конденсаторами. При этом предполагается, что читатель знаком с основами теории и практики активных *RC*-фильтров: аппроксимацией частотных характеристик, наиболее распространенными схемами звеньев второго порядка, методами реализации функций высокого порядка, особенностями применения ОУ в качестве активных элементов и т. п.

В книге рассмотрены только основные ограничения, налагаемые на схемы фильтров МОП-технологией и имитацией резисторов на основе переключаемых конденсаторов. Авторы не рассматривают ряд хотя и обычных, но важных для практики паразитных эффектов, например влияние быстродействия ключей и ОУ, просачивание тактовых импульсов и т. п. Технологические и топологические аспекты проектирования фильтров с переключаемыми конденсаторами, а также специфические паразитные эффекты обсуждены в многочисленных периодических изданиях (см. библиографию в [Д1, Д9]). Предлагаемые методы анализа и расчета не являются исчерпывающими; с другими методами, применяемыми при разработке серийных микросхем, можно познакомиться, обратившись к работам [Д1, Д3, Д8].

Книга будет полезна специалистам по радиоэлектронике, а также аспирантам и студентам вузов. Она несомненно будет способствовать внедрению в отечественную радиоаппаратуру микроэлектронных устройств на переключаемых конденсаторах.

В. И. Капустян

ВВЕДЕНИЕ

За последние несколько лет в промышленности получила широкое распространение МОП-технология производства интегральных микросхем, обеспечивающая бо́льшую степень интеграции при производстве логических схем, чем биполярная технология. С ее помощью на одном кристалле большой интегральной схемы (БИС) удается разместить десятки тысяч МОП-транзисторов. Минимально достижимые размеры отдельных элементов современных БИС составляют примерно 1 мкм, и поэтому нет сомнений, что степень интеграции будет еще более увеличиваться с последующим уменьшением стоимости цифровых и аналоговых микросхем.

Характерными свойствами МОП-микросхем являются способность хранения заряда в узле в течение нескольких миллисекунд и возможность непрерывного и неразрушающего считывания заряда. Эти свойства естественны для МОП-микросхем и поэтому обеспечиваются без специальных затрат. Впервые они были использованы в динамических запоминающих устройствах с произвольной выборкой и в динамических логических устройствах (например, в динамических сдвиговых регистрах). Хранение заряда впервые применено для обработки аналоговых сигналов в сдвиговых регистрах на «пожарных цепочках». В этих устройствах аналоговый сигнал преобразуется в последовательность зарядовых пакетов, каждый из которых пропорционален выборочному значению аналогового входного сигнала. Зарядовые пакеты последовательно проходят через цепь МОП-конденсаторов; при этом заряд одного конденсатора другому передается с помощью МОП-ключей, управляемых внешним генератором импульсов. Заряды конденсаторов можно, не разрушая, считывать и суммировать с соответствующими весовыми коэффициентами, реализуя таким образом дискретный (дискретно-аналоговый) транс-

версальный фильтр или фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр). Приборы с зарядовой связью (ПЗС), разработанные после «пожарных цепочек», производят подобное преобразование аналогового сигнала, но обеспечивают бо́льшую степень интеграции при лучших характеристиках [8]. Детальное рассмотрение фильтров на базе ПЗС выходит за рамки этой книги, более полную информацию можно найти в [1, 8].

Недавно найден более привлекательный способ построения дискретных фильтров на МОП-структурах в виде активных фильтров с переключаемыми конденсаторами (switched capacitor filters, *SC*-фильтры) [9]. Такие фильтры относятся к рекурсивным фильтрам или к фильтрам с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры), поэтому подобно активным *RC*-фильтрам их применение эффективно, когда требуются высокая добротность и большая степень прямоугольности амплитудно-частотной характеристики. Кроме того, применение достаточно высокой частоты дискретизации (порядка 100 кГц и выше) позволяет снизить требования, предъявляемые к аналоговому преселектору, ограничивающему спектр входного сигнала для ослабления эффекта наложения спектров. Спектр следует ограничивать на частоте, равной половине частоты дискретизации, что можно достичь с помощью относительно простого активного *RC*-фильтра второго порядка. Это является одной из особенностей, которые во многих практических случаях делают *SC*-фильтры более предпочтительными, чем фильтры на базе ПЗС.

Кроме того, *SC*-фильтрам в полной мере присущи достоинства, обусловленные прецизионностью МОП-технологии. Как будет показано далее, коэффициенты передаточной функции полностью определяются отношением емкостей и значением тактовой частоты, задаваемой с большой точностью кварцевым генератором. Известно, что отношение емкостей можно выдерживать с точностью около 0,3%, их значения при соответствующей схемотехнике могут быть очень малыми, примерно 0,5 пФ. Кроме того, МОП-конденсаторы близки к идеальным: для них характерны очень малые утечки и высокая температурная стабильность. Немаловажно, что прецизионные *SC*-фильтры могут производиться по такой же технологии, как запоминающие устройства типа КМОП и МОП с каналом *n*-типа. При этом аналоговые и цифровые цепи можно размещать на одном кристалле, обеспечивая, таким образом, возможность интеграции целых систем на одном кристалле.

В этой работе рассмотрены методы анализа и проек-

тирования активных SC-фильтров. Цепи с переключаемыми конденсаторами, как и цифровые фильтры, наиболее удобно анализировать с помощью z-преобразования. Однако SC-фильтры являются аналоговыми; так, например, для них сохраняются понятия полного сопротивления и нагрузки, которые не применяются в цифровых фильтрах. Далее будет представлена библиотека эквивалентных схем в z-области, облегчающая анализ и проектирование и, что более важно, помогающая уяснить природу цепей с переключаемыми конденсаторами. Используя эти эквивалентные схемы, можно анализировать SC-фильтры с помощью общеизвестных методов теории цепей, развитых для непрерывных активных цепей. Так же, как и для активных RC-фильтров, существует множество схем, реализующих заданную в z-области передаточную функцию. Некоторые из них, наиболее интересные и полезные для практического применения, будут рассмотрены далее.

1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ВО ВРЕМЕНИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Дискретные системы[1] работают с выборочными значениями сигнала $x(k\tau)$, которые образуются взятием выборок из непрерывного сигнала $x(t)$ в моменты времени $t=k\tau$, где $k=0, 1, 2, \ldots$ Цифровые системы обрабатывают выборочные значения входного сигнала, который квантован по уровню и представлен в виде многоразрядных кодовых слов. Их выходной сигнал также цифровой. Дискретно-аналоговые системы имеют аналоговый выходной сигнал, который восстанавливается по последовательности выборочных значений. *Процесс восстановления* является обязательной операцией в таких дискретно-аналоговых системах, как SC-фильтры и фильтры на приборах с зарядовой связью. Как будет показано далее, свойства дискретно-аналоговых систем зависят от вида интерполяционного процесса при восстановлении сигнала.

Следует заметить, что исчерпывающее рассмотрение дискретных систем выходит за рамки данной книги. Здесь приводятся только элементарные сведения, достаточные для изучения дискретных фильтров с переключаемыми конденсаторами. Более детальную информацию читатель может получить в [3].

1.1. ПРОЦЕСС ДИСКРЕТИЗАЦИИ

При идеальной импульсной дискретизации выделяется точное значение непрерывного сигнала $x(t)$ в моменты взятия выборок $t=k\tau$, в результате чего образуется последовательность выборочных значений $\{x(k\tau)\}$. Такая дискретизация неосуществима на практике, однако ее можно достаточно точно аппроксимировать. Одна из удобных форм представления процесса дискретизации заключается в умножении непрерывного во времени сигнала $x(t)$ на

[1] Дискретные системы подразделяются на цифровые и дискретно аналоговые — *Прим. перев.*

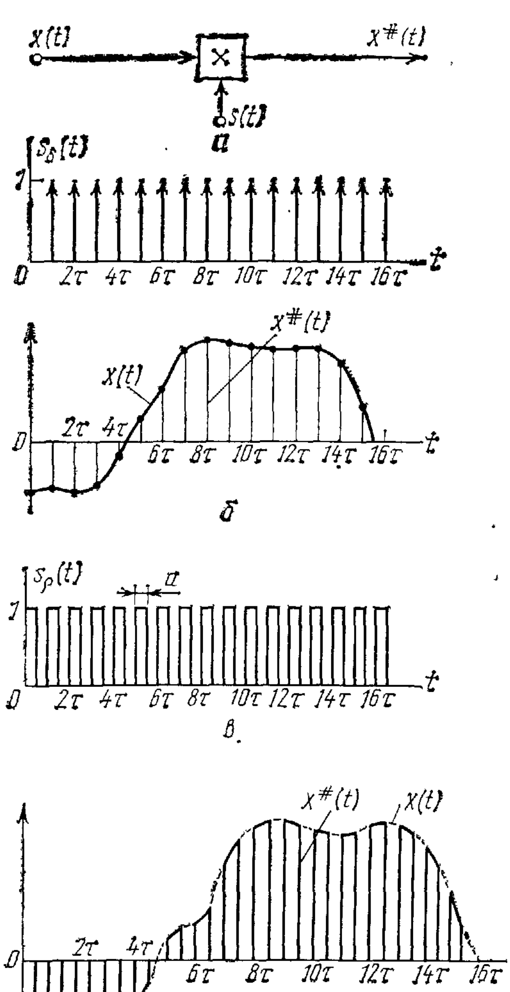


Рис. 1. Представление процесса дискретизации в виде процесса модуляции

периодическую функцию дискретизации $s(t)$, в результате чего получается дискретизированный сигнал $x^{\#}(t)$ (рис. 1,*а*). Верхний индекс # пока используем для обозначения дискретизированного сигнала. Далее для кратности этот индекс опустим и дискретизированный сигнал обозначим[1]

[1] Это обозначение можно еще более упростить, опустив ссылку в явном виде на период дискретизации τ и положив $x(k)=x(k\tau)$.

через $x(k\tau)$. Заметим, что процесс дискретизации представляет собой амплитудную модуляцию, где $s(t)$ — несущее колебание, а $x(t)$ — модулирующий сигнал.

Сначала рассмотрим идеальную импульсную дискретизацию (рис. 1,*б*), когда функция дискретизации представляет собой периодическую последовательность δ-импульсов. Обозначим ее

$$s_\delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau). \qquad (1)$$

Используя обозначения на рис. 1,*а*, запишем выражение для дискретизированного сигнала:

$$x^{\#}(t) = x(t)\, s(t), \qquad (2а)$$

т. е.

$$x^{\#}(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t)\, \delta(t - k\tau). \qquad (2б)$$

Учитывая свойства δ-функции

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau)\, dt = 1 \text{ и } \delta(t - k\tau) = 0 \text{ при } t \neq k\tau,$$

запишем $x^{\#}(t)$ как

$$x^{\#}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau)\, \delta(t - k\tau). \qquad (3)$$

Процесс $x^{\#}(t)$ представляет собой идеализированный аналоговый сигнал в виде последовательности δ-функций, площади которых соответствуют выборочным значениям $x(t)$, т. е. $x(k\tau)$. Дискретизация с помощью импульсов, ограниченных по амплитуде и длительности, показана на рис. 1,*в*; она анализируется далее.

Периодическую функцию дискретизации разложим в ряд Фурье:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k\, e^{jk\omega_s t}, \qquad (4)$$

где $\omega_s = 2\pi/\tau$ — частота дискретизации;

$$C_k = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} s(t)\, e^{-jk\omega_s t}\, dt. \qquad (5)$$

Для идеальной импульсной дискретизации, когда $s(t) = s_\delta(t)$, подставляя (1) в (5), найдем

$$C_k = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} s_\delta(t) e^{-jk\omega_s t}\, dt = \frac{1}{\tau}. \qquad (6)$$

Подставляя выражение (4) в (2а), получаем

$$x^{\#}(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\omega_s t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k x(t) e^{jk\omega_s t}. \quad (7)$$

Интерпретируем выражение (7) в частотной области. Преобразование Фурье непрерывного ограниченного сигнала обозначим как

$$F[x(t)] = X(j\omega). \quad (8)$$

Тогда преобразование Фурье дискретизированного сигнала запишем в виде

$$X^{\#}(j\omega) = F[x^{\#}(t)] = F\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k x(t) e^{jk\omega_s t}\right] =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k F[x(t) e^{jk\omega_s t}] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k X(j\omega - jk\omega_s). \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что операция дискретизации сопровождается появлением новых спектральных компонентов, которые образуются смещением полосы частот модулирующего колебания $X(j\omega)$ на частоты, кратные частоте дискретизации ω_s. Масштабными коэффициентами этих спектральных компонентов служат коэффициенты ряда Фурье C_k периодической функции дискретизации $s(t)$. Из выражения (6) видно, что при идеальной импульсной дискретизации все масштабные коэффициенты одинаковы.

Практическую важность выражения (9) продемонстрируем на следующем примере. Пусть непрерывный сигнал $x(t)$ имеет спектр с ограниченной полосой:

$$X(j\omega) = 0 \text{ при } |\omega| > \omega_c,$$

как показано на рис. 2,*а*. Рассмотрим сначала спектр дискретизированного сигнала, образованного из непрерывного сигнала $x(t)$ при частоте дискретизации $\omega_s < 2\omega_c$. Из такого спектра, построенного на основании выражения (9) (рис. 2,*б*), видно, что при смещении $X(j\omega)$ происходит наложение спектров. *Эффект наложения* вносит неопределенность в спектр $X^{\#}(j\omega)$ и делает невозможным восстановление спектра исходного сигнала $X(j\omega)$. При дискретизации сигнала $x(t)$ с частотой $\omega_s > 2\omega_c$ эффекта наложения не происходит (рис. 2,*в*). В этом случае узкополосный спектр $X(j\omega)$ может быть полностью восстановлен, если дискретизированный сигнал со спектром $X^{\#}(j\omega)$ пропустить через фильтр нижних частот, амплитудно-частотная характеристика которого показана на рис. 3. Заметим, что

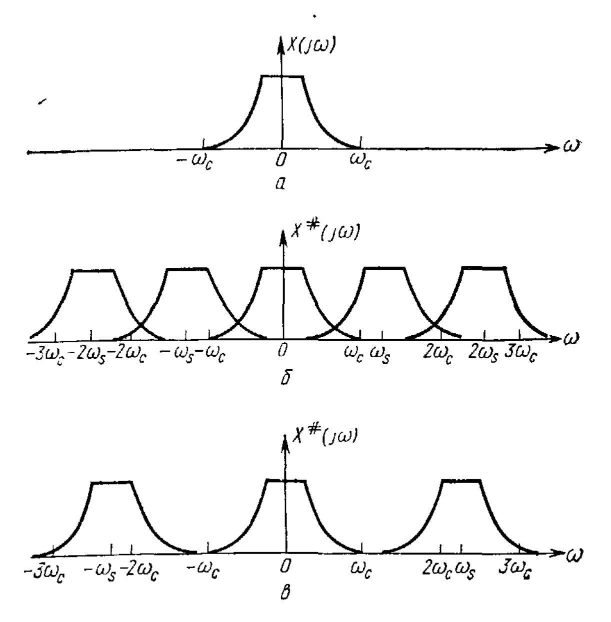


Рис. 2. Спектры непрерывного сигнала $x(t)$ с ограниченной **полосой** (*а*), дискретизированного сигнала $x^{\#}(t)$ при $\omega_s<2\omega_c$ (*б*) и **при** $\omega_s>2\omega_c$ (*в*)

рис. 2,*в* и рис. 3 графически интерпретируют теорему **от**счетов Шеннона [3] [1].

Теорема отсчетов. Функция $x(t)$, имеющая ограниченный спектр $X(j\omega)$ такой, что $X(j\omega)=0$ при $|\omega|>\omega_c$, где $\omega_c\leqslant\omega_s/2$, однозначно определяется своими выборочными значениями, равномерно распределенными и отстоящими друг от друга на интервал времени τ $(\tau=2\pi/\omega_s)$.

В литературе по теории связи частота $2\omega_c$ называется *частотой Найквиста.*

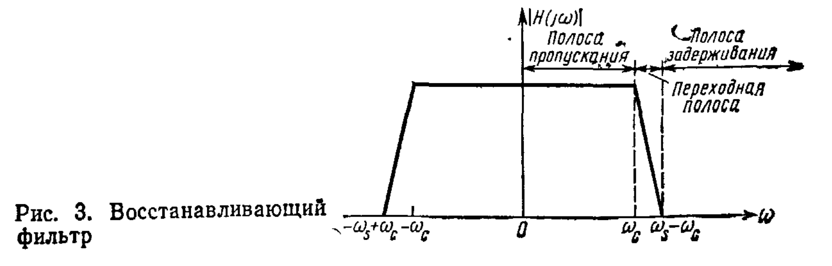


Рис. 3. Восстанавливающий фильтр

[1] В отечественной литературе теорема отсчетов известна как теорема В. А. Котельникова. — *Прим. ред.*

Фильтр, изображенный на рис. 3, часто называют восстанавливающим. Очевидно, что чем больше разница между частотой дискретизации ω_s и верхней граничной частотой спектра ω_c, тем шире допускается переходная полоса восстанавливающего фильтра, и, как следствие, могут быть использованы простые фильтры невысокого порядка.

Более реальная модель процесса взятия выборок непрерывного сигнала с помощью импульсов конечной ширины дает лучшие результаты, чем изображенные на рис. 2. В этом случае смещенные по частоте компоненты спектра $X(j\omega)$ ослабляются за счет зависимости коэффициентов ряда Фурье C_k от номера k. Расчет C_k по формуле (5) для прямоугольных импульсов $s(t)$ шириной a, показанных на рис. 1,*в*, дает

$$C_k = \frac{1}{\tau} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-jk\omega_s t}\, dt = \frac{a}{\tau} \frac{\sin (k\,\omega_s\, a/2)}{k\,\omega_s\, a/2}. \qquad (10)$$

Компоненты спектра $X(j\omega)$, имеющие при идеальной дискретизации одинаковую интенсивность (см. рис. 2,*в*), умножаются в рассматриваемом случае на коэффициенты (10), огибающая которых описывается функцией вида $\sin(\alpha)/\alpha$, где $\alpha = k\omega_s a/2$. Сигнал $x^{\#}(t)$ на рис. 1,*г* обычно называют сигналом с *амплитудно-импульсной модуляцией* (АИМ). Заметим, что при использовании функции $s(t)$ с единичной амплитудой, как показано на рис. 1,*в*, процесс $x^{\#}(t)$ воспроизводит $x(t)$.

1.2. АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Применение z-преобразования для анализа дискретных систем вызвано теми же причинами, что и применение преобразования Лапласа для анализа непрерывных систем. А именно, с помощью z-преобразования разностные уравнения, описывающие дискретные системы, преобразуются в линейные алгебраические уравнения, которые решаются гораздо проще. Более того, по расположению нулей и полюсов функции цепи в z-плоскости можно получить представление о свойствах дискретной системы, а по передаточной функции в z-плоскости найти амплитудно- и фазочастотные характеристики дискретной системы. Поэтому технические требования к дискретным системам, как и к непрерывным, могут быть сформулированы в частотной области.

Для того чтобы показать, что z-преобразование естественно при математическом описании дискретных систем,

рассмотрим сначала дискретизированный сигнал $x^{\#}(t)$, определяемый выражением (3):

$$x^{\#}(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau)\,\delta(t-k\tau). \qquad (11)$$

Применив преобразование Лапласа к $x^{\#}(t)$, получим

$$X^{\#}(s)=\mathscr{L}[x^{\#}(t)]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau)\,e^{-ks\tau}. \qquad (12)$$

Как показано далее, в выражении (12) удобно сделать замену переменных

$$z=e^{s\tau}, \qquad (13)$$

которая преобразует его к виду

$$X(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau)\,z^{-k}. \qquad (14)$$

Функция $X(z)$ называется z-преобразованием $x^{\#}(t)$, где z — комплексная переменная. Заметим, что связь между z-преобразованием и преобразованием Лапласа определяется соотношением (13). Для стационарных синусоидальных колебаний $s=j\omega$ и $z=e^{j\omega\tau}$. Так же, как и в преобразованиях Лапласа, применяют одно- и двустороннее z-преобразования. Они определяются соответственно как

$$Z_{\mathrm{I}}\{x(k)\}=X_{\mathrm{I}}(z)=\sum_{k=0}^{\infty} x(k\tau)\,z^{-k}, \qquad (15а)$$

$$Z_{\mathrm{II}}\{x(k)\}=X_{\mathrm{II}}(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\tau)\,z^{-k}. \qquad (15б)$$

Таким образом, $X(z)$ в соотношении (14) представляет собой двустороннее z-преобразование последовательности $\{x(k\tau)\}$. Далее везде считаем, что все сигналы начинаются в момент времени $t=0$, и поэтому используем одностороннее z-преобразование, которое обозначим как $Z\{x(k\tau)\}$, опустив индекс I.

Пример 1. Определим z-преобразование единичного скачка $x(t)=u(t)$, где

$$u(t)=\begin{cases}0 & \text{для } t<0,\\ 1 & \text{для } t\geqslant 0.\end{cases} \qquad (16)$$

Таким образом, $x(k\tau)=1$ для всех $k\geqslant 0$, где τ — период дискретизации. В соответствии с (15а) z-преобразование последовательности $\{x(k\tau)\}$ определяется выражением

$$X(z)=\sum_{k=0}^{\infty} z^{-k}, \qquad (17)$$

которое представляет собой геометрическую прогрессию, сходящуюся при $|z|>1$. По формуле суммы геометрической прогрессии получаем

$$X(z)=1/(1-z^{-1}). \tag{18}$$

Пример 2. Определим z-преобразование функции $x(t)=e^{-at}u(t)$, дискретизируемой с периодом τ:

$$x(k\tau)=e^{-ak\tau} \text{ для } k\geqslant 0. \tag{19}$$

Подставляя (19) в (15а), получаем следующее z-преобразование

$$X(z)=\sum_{k=0}^{\infty} e^{-ak\tau} z^{-k}=\frac{1}{1-e^{-a\tau} z^{-1}} \quad \text{при } |z|>e^{-a\tau}. \tag{20}$$

Линейная инвариантная во времени дискретная система с одним входом и одним выходом описывается разностным уравнением вида

$$y(k\tau)+\sum_{n=1}^{N} b_n y[(k-n)\tau]=\sum_{n=0}^{M} a_n x[(k-n)\tau], \tag{21}$$

где $y[(k-n)\tau]$ — последовательность выходных, а $x[(k-n)\tau]$ — входных отсчетов; M и N — ограниченные неотрицательные целые числа. В зависимости от вида уравнения (21) дискретные системы подразделяются на два класса. Если коэффициенты $b_n=0$ для всех n, то дискретная система называется нерекурсивной. Нерекурсивная система известна так же, как трансверсальный фильтр с $M+1$ отводами или как фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр). Если $N\geqslant 1$ и хотя бы один коэффициент $b_n\neq 0$, то дискретная система называется рекурсивной системой N-го порядка или фильтром с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтр).

Вычислим z-преобразование обеих частей уравнений (21), учитывая, что сдвигу дискретной последовательности на n тактов соответствует умножение z-преобразования на z^{-n} ($Z\{x(k-n)\}=z^{-n}X(z)$, где $k=0, 1, 2, \ldots$):

$$Y(z)\left(1+\sum_{n=1}^{N} b_n z^{-n}\right)=X(z)\sum_{n=0}^{M} a_n z^{-n}. \tag{22}$$

Отсюда получаем передаточную функцию

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{n=0}^{M} a_n z^{-n}}{1+\sum_{n=1}^{N} b_n z^{-n}}. \tag{23}$$

которая при описании дискретных систем играет ту же роль, что $H(s)$ при описании непрерывных инвариантных во времени систем. Обратное z-преобразование от $H(z)$ представляет собой реакцию системы $h(k)$ на единичный импульс, которая аналогична импульсной характеристике непрерывной системы. Числитель и знаменатель передаточной функции $H(z)$ разложим на элементарные множители:

$$H(z)=\frac{b_0(1-\beta_1 z^{-1})(1-\beta_2 z^{-1})\dots(1-\beta_M z^{-1})}{(1-\alpha_1 z^{-1})(1-\alpha_2 z^{-1})\dots(1-\alpha_N z^{-1})}, \qquad (24)$$

где $z=\beta_i$, $z=\alpha_i$ — нули и полюсы передаточной функции $H(z)$ соответственно.

Рассмотрим более детально отображение $z=e^{s\tau}$ и установим влияние расположения нулей и полюсов передаточной функции $H(z)$ на свойства дискретной системы. Как было показано, при дискретизации непрерывного сигнала с помощью последовательности δ-функций преобразование Фурье $X^{\#}(j\omega)$ дискретизированного сигнала $x^{\#}(t)$ содержит периодически повторяющийся спектр модулирующего сигнала $X(j\omega)$. Период повторения спектра $X(j\omega)$ равен частоте дискретизации ω_s. Поэтому знания спектра модулирующего сигнала $X(j\omega)$ в диапазоне частот $-\omega_s/2\leqslant\omega\leqslant\omega_s/2$ достаточно, чтобы определить спектр $X^{\#}(j\omega)$ для всех ω (напомним, что $\omega_s=2\pi/\tau$) [1]. Преобразование $z=e^{s\tau}$ однозначно отображает этот диапазон частот на плоскость z. Изучим его более подробно, положив $s=\sigma+j\omega$, так что

$$z=e^{\sigma\tau}e^{j\omega\tau}. \qquad (25а)$$

Вследствие того, что $|z|=e^{\sigma\tau}$, справедливы соотношения:

$$\begin{aligned}|z|&<1 \text{ для } \sigma<0,\\ |z|&=1 \text{ для } \sigma=0,\\ |z|&>1 \text{ для } \sigma>0.\end{aligned} \qquad (25б)$$

Таким образом, точки оси $j\omega$ в плоскости s отображаются в окружность единичного радиуса, описываемую уравнением $z=e^{j\omega\tau}$; точки левой полуплоскости переменной s отображаются внутрь окружности единичного радиуса. Линии, параллельные оси $j\omega$, отображаются в окружности радиуса $|z|=e^{\sigma\tau}$; линии, параллельные оси σ, отображаются в лучи вида $\arg(z)=\omega\tau$, выходящие из точки $z=0$. На-

[1] При этом должно также выполняться условие $\omega_s\geqslant2\omega_c$. — *Прим. перев.*

чалу координат плоскости s соответствует точка $z=1$; ось σ соответствует положительной части оси $\mathrm{Re}(z)$. При изменении ω от $-\omega_s/2$ до $\omega_s/2$ значение $\arg(z)=\omega\tau$ изменяется $-\pi$ до π радиан. Таким образом каждая из последовательно расположенных горизонтальных полос плоскости s, ограниченных линиями $-\omega_s/2+k\omega_s \leqslant \omega \leqslant \omega_s/2+k\omega_s$ ($k=0$, 1, ...), отображается на всю плоскость z, при этом их отображения накладываются друг на друга. Многие из этих свойств иллюстрируются на рис. 4.

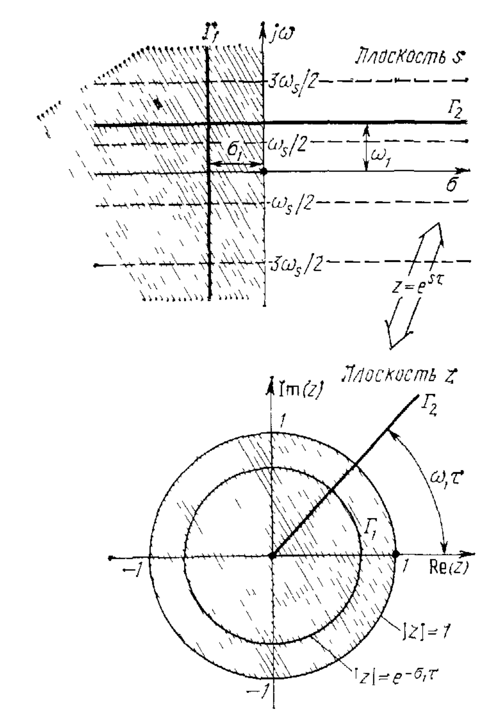


Рис. 4. Отображение s-плоскости в z-плоскость

Анализ расположения нулей и полюсов передаточной функции $H(z)$ на плоскости z позволяет установить свойства импульсной характеристики дискретной системы. Рассмотрим в качестве примера передаточную функцию первого порядка

$$H(z)=1/(1-az^{-1}). \qquad (26)$$

В зависимости от расположения полюса $z=a$ передаточной функции возможны различные виды последовательности отсчетов (рис. 5):

1) при $a>1$ последовательность расходится (неустойчивая система);

2) при $a=1$ имеется последовательность единиц (неустойчивая система);

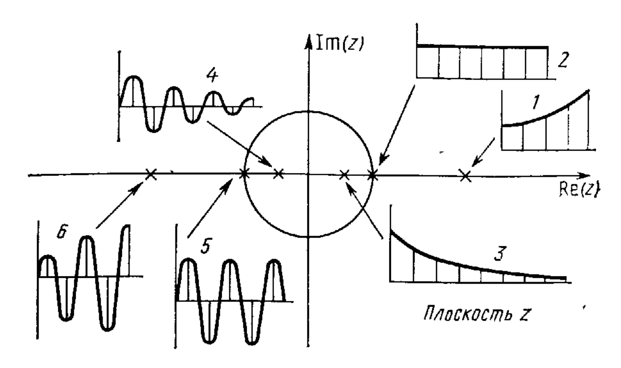


Рис. 5. Импульсная характеристика $h(k)$ дискретной системы первого порядка, описываемой передаточной функцией $H(z)=z^{-1}/(1-az^{-1})$ при $a>1$ (*1*), $a=1$ (*2*), $0\leqslant a<1$ (*3*), $-1<a\leqslant 0$ (*4*), $a=-1$ (*5*) и $a<-1$ (*6*)

3) при $0\leqslant a<1$ имеется последовательность монотонно уменьшающихся чисел (устойчивая система);

4) при $-1<a\leqslant 0$ имеется последовательность знакопеременных чисел, уменьшающихся по модулю (устойчивая система);

5) при $a=-1$ имеется последовательность единиц, изменяющих знак с частотой $\omega_s/2$ (неустойчивая система);

6) при $a<-1$ имеется последовательность знакопеременных чисел, увеличивающихся по модулю (неустойчивая система).

Итак, можно сделать вывод, что полюсы устойчивой дискретной системы располагаются внутри единичного круга. Нули передаточной функции $H(z)$, расположенные на оси $j\omega$ в плоскости s и обеспечивающие нулевую передачу сигнала, отображаются на единичную окружность плоскости z. Амплитудно- и фазочастотные характеристики дискретной системы находят, подставляя $z=e^{j\omega\tau}$ в выражение для $H(z)$ и рассчитывая модуль и фазу полученной функции переменной ω. Они определяются выражениями:

$$G(\omega)=20\lg|H(z)|\,\big|_{z=e^{j\omega\tau}}, \qquad (27а)$$

$$\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}H(z)}{\operatorname{Re}H(z)}\bigg|_{z=e^{j\omega\tau}}, \qquad (27б)$$

где $G(\omega)$ в децибелах, $\varphi(\omega)$ в радианах. Например, если функция $H(z)$ имеет вид

$$H(z)=\frac{K\prod_{i=1}^{M}(1-a_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^{N}(1-b_i z^{-1})}=\frac{K z^{N-M}\prod_{i=1}^{M}(z-a_i)}{\prod_{i=1}^{N}(z-b_i)}, \quad (28)$$

то

$$G(\omega)=20\lg\frac{|K|\prod_{i=1}^{M}|e^{j\omega\tau}-a_i|}{\prod_{i=1}^{N}|e^{j\omega\tau}-b_i|}, \quad (29)$$

$$\varphi(\omega)=(N-M)\,\omega\tau+\sum_{i=1}^{M}\arg(e^{j\omega\tau}-a_i)-$$
$$-\sum_{i=1}^{N}\arg(e^{j\omega\tau}-b_i)=(N-M)\,\omega\tau+$$
$$+\sum_{i=1}^{M}\operatorname{arctg}\frac{\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau-a_i}-\sum_{i=1}^{N}\operatorname{arctg}\frac{\sin\omega\tau}{\cos\omega\tau-b_i}. \quad (30)$$

Геометрически сомножители функции $G(\omega)$ (т. е. $e^{j\omega\tau}$, $e^{j\omega\tau}-a_i$ и $e^{j\omega\tau}-b_i$) могут быть представлены векторами, направленными из точек $z=0$, $z=a_i$ и $z=b_i$ в точку $\omega\tau$ на единичной окружности. Следовательно, модуль (29) и фаза (30) могут быть определены графически аналогично тому, как определяется модуль и фаза передаточной функции непрерывной системы по расположению ее нулей и полюсов в плоскости s. Поэтому при наличии небольшого практического навыка модуль и фаза передаточной функции дискретной системы можно определить непосредственно по карте ее нулей и полюсов в z-плоскости.

Пример 3. Найдем амплитудно-частотиую характеристику по карте нулей и полюсов на рис. 6. Непосредственно по этой карте составим следующее выражение для амплнтудно-частотной характеристики:

$$G(\omega)=20\lg\frac{|e^{j\omega\tau}-e^{j\omega_2\tau}|\,|e^{j\omega\tau}-e^{-j\omega_2\tau}|}{|e^{j\omega\tau}-r\,e^{j\omega_1\tau}|\,|e^{j\omega\tau}-r\,e^{-j\omega_1\tau}|}=20\lg\frac{d_2 d_2^*}{d_1 d_1^*}. \quad (31)$$

Предположим, что входящий в выражение (28) масштабный коэффициент $K=1$. Тогда $G(\omega)$ вычисляется на основании измерений длины векторов d_1, d^*_1, d_2 и d^*_2 для каждого значения $\omega\tau$ при движении точки $\omega\tau$ по единичной окружности от $\omega=0$ (т. е. из точки $z=1$) до $\omega=\omega_s/2=\pi/\tau$ (т. е. до точки $z=-1$). Видно, что при $\omega\tau=\omega_1\tau$ длина

вектора d_1 минимальна; следовательно, $G(\omega)$ на частоте ω_1 достигает максимума. Кроме того, при $\omega\tau=\omega_2\tau$ $G(\omega)=0$, т. е. на частоте ω_2 коэффициент передачи равен нулю. В связи с тем, что $\omega_2>\omega_1$, карта ну-

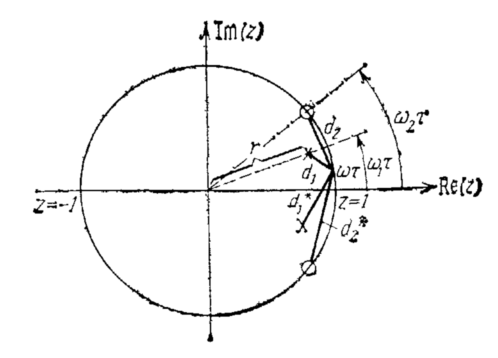


Рис. 6. Карта нулей и полюсов к примеру 3

лей и полюсов на рис. 6 описывает фильтр нижних частот с режекцией (с нулями передаточной функции), амплитудно-частотная характеристика которого приведена на рис. 7. Эта характеристика построена

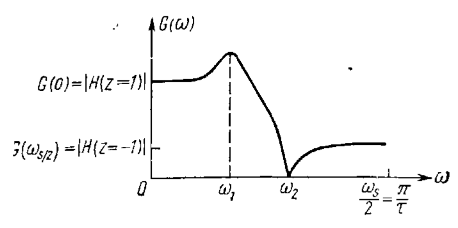


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика $G(\omega)$ фильтра, описываемого картой нулей н полюсов на рис. 6

в полосе частот от 0 до $\omega_s/2$. Поэтому для завершения построения ее следует периодически продолжить с периодом ω_s, как показано на рис. 8. Заметим, что по карте нулей и полюсов на рис. 6 можно также

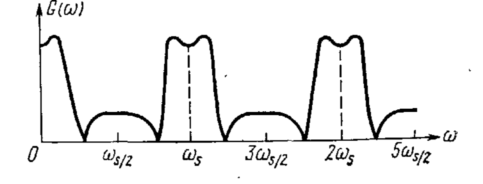


Рис. 8. Периодическая амплитудно-частотная характеристика $G(\omega)$, построенная на основе рис. 7

получить с точностью до масштабного коэффициента K выражение для передаточной функции в z-плоскости:

$$H(z)=\frac{K\left(z-e^{j\omega_2\tau}\right)\left(z-e^{-j\omega_2\tau}\right)}{\left(z-r\,e^{j\,\omega_1\tau}\right)\left(z-r\,e^{-j\,\omega_1\tau}\right)}=\frac{K\,[z^2-(2\cos\omega_2\tau)\,z+1]}{z^2-(2r\cos\omega_1\tau)z+r^2}, \quad (32)$$

или

$$H(z) = \frac{K_k[1-(2\cos\omega_2\tau)z^{-1}+z^{-2}]}{1-(2r\cos\omega_1\tau)z^{-1}+r^2z^{-2}}. \qquad (33)$$

Как показано далее, представление передаточной функции $H(z)$ в виде дробно-рациональной функции переменной z^{-1}, как, например, в выражении (33), служит естественным описанием дискретных фильтров с переключаемыми конденсаторами.

1.3. ДИСКРЕТНО-АНАЛОГОВЫЕ СИСТЕМЫ

Первоначально полученное при рассмотрении идеальной импульсной дискретизации сигнала $x(k\tau)$ z-преобразование (14) удобно для анализа дискретных систем, поскольку описывает изменение их состояния от одной выборки к другой. В дискретно-аналоговой системе входной и выходной сигналы аналоговые (непрерывные). Выходной аналоговый сигнал восстанавливается без искажений по его выборкам только при ограничении ширины спектра входного сигнала, что предотвращает эффект наложения спектров (см. разд. 1.1). При этом одновременно ограничивается ширина спектра шума, который в противном случае из-за эффекта наложения был бы перенесен в основную область частот.

Простейшим способом восстановления аналогового сигнала служит экстраполяция нулевого порядка. Импульсная характеристика *экстраполятора нулевого порядка* или, другими словами, *устройства выборки и запоминания* (УВЗ) имеет вид

$$h_0(\tau) = \begin{cases} 1/\tau & \text{при } 0 \leqslant t < \tau, \\ 0 & \text{при } t \geqslant \tau. \end{cases} \qquad (34)$$

Она показана на рис. 9, а сигнал $x_r(t)$, восстановленный по выборочным значениям $x(k\tau)$ с помощью УВЗ, — на

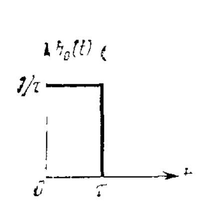


Рис. 9. Импульсная характеристика устройства выборки и запоминания

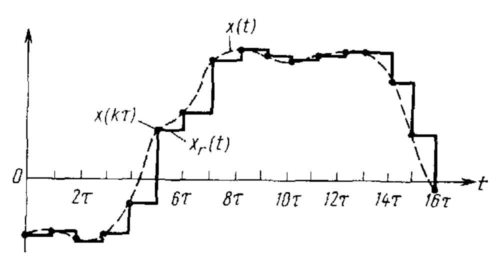


Рис. 10. Восстановление сигнала с помощью устройства выборки и запоминания

рис. 10. Сигнал на выходе УВЗ сохраняет постоянное значение на интервале времени между моментами взятия выборок. При достаточно малом периоде дискретизации τ восстановленный сигнал $x_r(t)$ близок к исходному сигналу $x(t)$.

Передаточная функция УВЗ имеет вид

$$H_0(s) = (1 - e^{-s\tau})/(s\tau), \qquad (35)$$

а его частотная характеристика

$$H_0(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega\tau}}{j\omega\tau} = e^{-\frac{j\omega\tau}{2}} \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}. \qquad (36)$$

Амплитудно-частотная характеристика УВЗ $|H_0(j\omega)|$ описывается функцией $\sin(x)/x$ (рис. 11,*а*), а фазочастотная — линейной зависимостью (рис. 11,*б*).

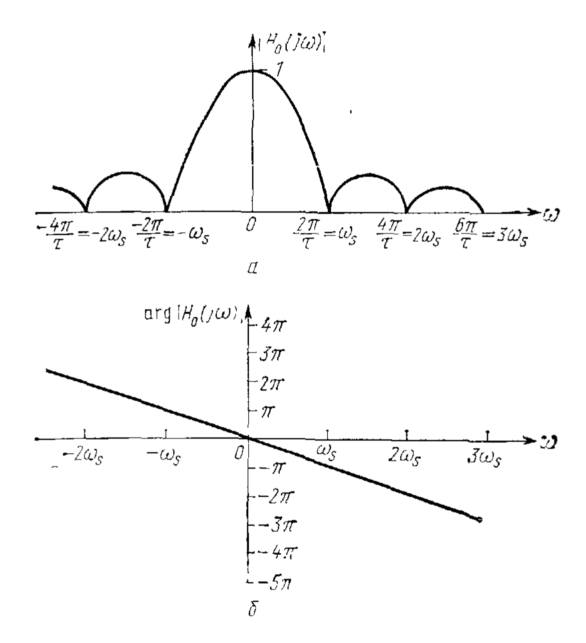


Рис. 11. Амплитудно- (*а*) и фазочастотная (*б*) характеристики устройства выборки и запоминания

Рассмотрим теперь, как спектр сигнала при идеальной импульсной дискретизации (рис. 2,*в*) изменяется при восстановлении сигнала с помощью УВЗ. Спектр восстановленного сигнала $X_r(j\omega)$ равен произведению спектра дис-

кретизированного сигнала $X^{\#}(j\omega)$ на частотную характеристику УВЗ $H_0(j\omega)$:

$$H_r(j\omega) = X^{\#}(j\omega) H_0(j\omega). \quad (37)$$

Из рис. 12 видно, что в спектре $|X_r(j\omega)|$ существенно ослаблены высокочастотные компоненты. Кроме того, в основной области частот спектр восстановленного сигнала

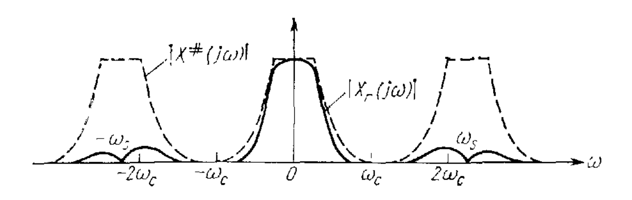


Рис. 12. Спектр сигнала, восстановленного по дискретным выборкам

немного искажен вблизи верхней граничной частоты, что связано с изменением $|H_0(j\omega)|$ в пределах главного лепестка. Этими искажениями можно пренебречь при $\omega_s/\omega_c \gg 1$. При более низкой частоте дискретизации дискретный фильтр проектируется с предыскажениями, т. е. таким образом, чтобы его амплитудно-частотная характеристика имела подъем вблизи верхней граничной частоты для компенсации затухания, вносимого устройством выборки и запоминания на этих частотах.

Структурная схема дискретной системы с аналоговыми входным и выходным сигналами, показанная на рис. 13, иллюстрирует все основные понятия, рассмотренные в настоящей главе. Для характерных точек схемы приведены эпюры сигналов.

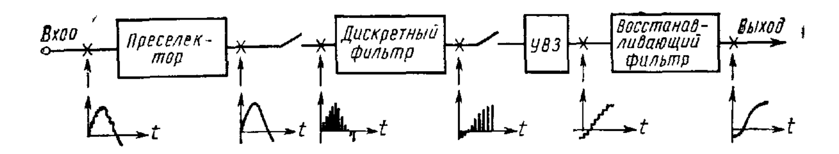


Рис. 13. Дискретная система с аналоговыми входным и выходным сигналами

2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА z-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ К АНАЛИЗУ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ

Цель настоящей главы состоит в кратком обсуждении основных предпосылок и принципов работы дискретных SC-цепей, рассматриваемых в последующих главах. При этом вводятся основные понятия, и читатель знакомится с принятыми обозначениями.

2.1. СИСТЕМЫ С ДИСКРЕТНЫМИ ФИЛЬТРАМИ

В начале обсудим общие принципы построения систем с дискретными фильтрами, предназначенными для использования в аналоговой аппаратуре (т. е. при аналоговых входных и выходных сигналах). Для аппаратурной реализации SC-фильтров, как и любых дискретных фильтров, этот вариант представляется наиболее сложным. Структурная схема такой системы приведена на рис. 14. Ана-

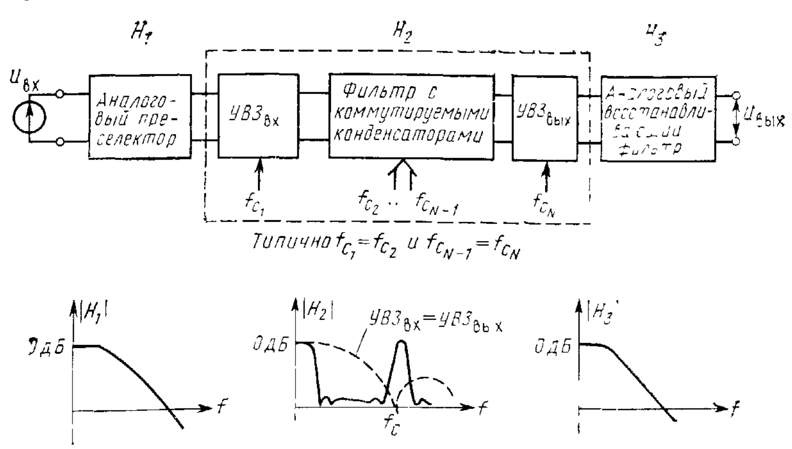


Рис. 14. Дискретная система с непрерывным аналоговым входным и восстановленным аналоговым выходным сигналами

логовый входной сигнал поступает на аналоговый преселектор типа фильтра нижних частот, устраняющий эффект наложения спектров. Дискретные выборки из аналогового сигнала с ограниченной полосой берутся с периодом $1/f_{c_1}$ с помощью устройства выборки и запоминания ($УВЗ_{вх}$); они поступают на вход фильтра с переключаемыми конден-

саторами (SC-фильтра). Сигнал с выхода SC-фильтра подается на выходное устройство выборки и запоминания (УВЗ$_{вых}$), изменяющее свое состояние с периодом $1/f_{c_N}$, и, наконец, на аналоговый восстанавливающий фильтр нижних частот, предназначенный для сглаживания кусочно-постоянного сигнала. Фильтр с переключаемыми конденсаторами управляется несколькими последовательностями тактовых импульсов с частотами повторения $f_{c_2}, \ldots, f_{c_{N-1}}$. Для уменьшения площади, занимаемой фильтром на кристалле, а также для смягчения требований к избирательности аналогового преселектора желательно переключать ФНЧ-звенья фильтра с большей, а ФВЧ-звенья с меньшей частотой (при этом уменьшается суммарная емкость конденсаторов ФВЧ-звеньев). Если выбрать порядок следования звеньев так, чтобы ФНЧ-звенья, переключаемые с частотой f_{c_2} располагались перед ФВЧ-звеньями, переключаемыми с частотой $f_{c_3}<f_{c_2}$, то ФНЧ-звенья исключают эффект наложения спектров вплоть до частоты $f_{c_2}/2$. Заметим, что при уменьшении тактовой частоты в рассматриваемой системе (рис. 14) обычно не требуется дополнительных устройств, так как эта операция, называемая децимацией, заключается в прореживании выборок. Напротив, при увеличении тактовой частоты (т. е. при интерполяции) необходимы дополнительные сглаживающие ФНЧ-звенья. Обычно тактовые частоты отличаются друг от друга в два раза, т. е. $f_{c_i}=f_{эт}/2^i$, что достигается путем последовательного деления эталонной частоты $f_{эт}$ на два [2]. Во многих случаях устройства выборки и запоминания, показанные на рис. 14, являются неотъемлемой частью SC-фильтра. Поэтому в таких случаях SC-фильтр состоит из трех блоков, обведенных на рис. 14 штриховой линией. Типичные частотные характеристики блоков H_1, H_2, H_3, приведенные на рис. 14, получены при $f_{c_1}= \ldots =f_{c_2}=f_{c_N}=f_c$ (целесообразность такого выбора тактовых частот обсуждается далее).

Заметим, что когда вход или выход SC-фильтра сопрягается с другими цифровыми или дискретно-аналоговыми устройствами, такими как цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи, некоторые блоки оказываются ненужными. Например, при сопряжении выхода SC-фильтра с цифровыми устройствами не требуются аналоговые восстанавливающие фильтры, так как устройства выборки и запоминания легко согласовываются с цифровыми цепями. Однако при сопряжении с цифровыми или дискретно-аналоговыми цепями требуется синхронизация

задающего генератора, который управляет работой *SC*-фильтра, с внешними дискретными устройствами. Это достигается с помощью импульсов синхронизации, которые вырабатываются в задающем генераторе или внешних устройствах. Необходимость синхронизации обусловлена главным образом тем, что считывание данных с выхода *SC*-фильтра должно производиться после завершения всех переходных процессов, т. е. в моменты времени, когда выходное напряжение постоянно.

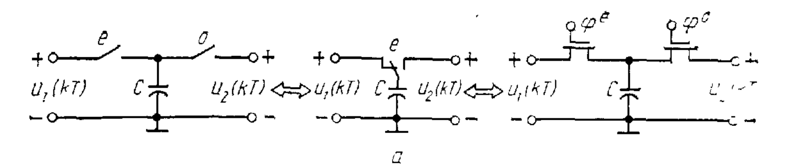
После обсуждения общей структуры активных дискретных фильтров перейдем к более детальному изучению собственно *SC*-фильтров.

2.2. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ ИДЕАЛЬНЫХ *SC*-ЦЕПЕЙ

Рассмотрим функционирование идеальной *SC*-цепи, на вход которой поступают выборки напряжения. Эта цепь состоит из идеальных конденсаторов, идеальных ключей и идеальных зависимых источников напряжения, управляемых напряжением (ИНУН). Под идеальными ИНУН понимаем зависимые источники, имеющие частотно-независимый коэффициент усиления, или операционные усилители (ОУ) с бесконечным усилением. Известно, что операционные усилители, изготовленные по МОП-технологии, характеризуются временем нарастания переходных процессов до уровня 99,9% от установившегося значения примерно 2 мкс и коэффициентом усиления постоянного напряжения a_0 не менее 60 дБ [10]. Поэтому при частоте дискретизации менее 250 кГц хорошей моделью для операционного усилителя, изготовленного по МОП-технологии, служит ИНУН с коэффициентом усиления a_0.

Ключи обычно управляются двумя двухфазными неперекрывающимися последовательностями импульсов φ^e и φ^o, следующими с частотой $f_c=1/(2T)$, как показано на рис. 15. Импульсная последовательность φ^e управляет ключом *e* так, что он мгновенно замыкается в четные (even) моменты времени $2nT$ и находится в замкнутом состоянии на протяжении четных интервалов времени $2nT \leqslant t < (2n+1)T$. Аналогично импульсная последовательность φ^o управляет ключом *o* так, что он замыкается в нечетные (odd) моменты времени $(2n+1)T$ и остается в замкнутом состоянии на нечетных интервалах времени $(2n+1)T \leqslant t < 2(n+1)T$. Положим, что длительности интервалов замыкания и размыкания ключей равны и составляют 50% от длительности такта, т. е. $T=\tau/2$. Максимально возможная и минимально допустимая тактовые частоты обычно определяются

временем установления переходных процессов в операционных усилителях и различными другими факторами (например, собственным шумом операционных усилителей, утечками конденсаторов, частотой Найквиста и эффектом наложения спектров). В литературе описаны SC-фильтры,



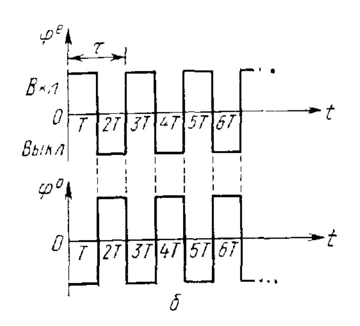


Рис. 15. Простая цепь, состоящая из конденсатора (*а*), переключаемого двухфазными последовательностями неперекрывающихся импульсов (*б*)

переключаемые с частотой от 8 до 256 кГц. Причем вполне реально достичь тактовой частоты 1 МГц, так как с помощью МОП-технологии можно построить операционные усилители, обладающие временем нарастания переходных процессов до уровня 99,9% от установившегося значения, равным примерно 0,5 мкс. Однако при увеличении тактовой частоты увеличивается диапазон емкостей конденсаторов, а следовательно, увеличивается площадь кристалла. Поэтому на практике тактовую частоту обычно выбирают не выше требуемой для достижения необходимой степени защиты от эффекта наложения спектров с помощью простого аналогового преселектора второго порядка. При этом преселектор должен иметь достаточно высокую частоту среза, чтобы его влияние на полосу пропускания всего SC-фильтра было достаточно малым. Предположение о равенстве интервалов замыкания и размыкания ключей сделано только для упрощения[1]. Свойства SC-фильтров полностью зависят от периода переключения и обычно мало чувствительны к соотношению между длительностью интервалов замыкания и размыкания ключей (или этого мо-

[1] В гл. 4 это ограничение будет снято. — *Прим. перев.*

жно добиться). На практике добиваются, чтобы ключи *e* и *o* никогда не замыкались одновременно, делая импульсные последовательности неперекрывающимися во времени (т. е. скважность τ/T немного больше двух). Одновременное размыкание ключей *e* и *o* не влияет на характер работы *SC*-цепи, в то время как их одновременное замыкание вызывает нарушение функционирования. Заметим, что общепринятая система обозначений ключей в цепях с переключаемыми конденсаторами еще не сложилась. Поэтому в литературе используется несколько способов изображения принципиальных электрических схем цепей с переключаемыми конденсаторами. Три наиболее распространенных способа приведены на рис. 15,*а*; все их будем использовать в книге, чтобы приучить читателя к различным обозначениям[1].

В соответствии с принятым предположением о способе переключения предположим далее, что дискретизированные сигналы на входе и выходе *SC*-цепи принимают новое значение только в моменты переключения kT. Поэтому считаем, что напряжения внешних и внутренних переключаемых источников принимают новые значения в моменты времени kT и сохраняют их постоянными в течение половины длительности такта, т. е. на интервалах времени длительностью T. При этих предположениях для анализа и синтеза *SC*-цепей можно применить метод *z*-преобразований [11, 12]. Преобразование $z=e^{s\tau}$ [3], где s — комплексная переменная, $\tau=2T$ — длительность такта, существенно упрощает анализ дискретных цепей в частотной области (см. гл. 1).

Как отмечено в гл. 1, при применении метода *z*-преобразований подразумевается дискретный, импульсный характер процесса взятия выборок, как и в цифровых фильтрах. Поэтому метод *z*-преобразований позволяет точно рассчитать соотношения между входными и выходными процессами в *SC*-фильтрах только в моменты дискретизации. Характер аналоговых процессов в *SC*-фильтрах внутри интервалов дискретизации во внимание не принимается. Эти аналоговые процессы описываются функцией ступенчатой формы, как показано на рис. 16,*а*. Спектр аналогового сигнала восстанавливается по данным расчета отклика *SC*-цепи с помощью *z*-преобразования путем ум-

---

[1] Паразитные емкости между обкладками МОП-конденсатора и «землей» различные. Поэтому способ подключения МОП-конденсатора к схеме влияет на ее характеристики. На рис. 15 и далее во всей книге нижняя обкладка изображена дугой. — *Прим. перев.*

ножения на функцию $\sin(\omega\tau/2)/(\omega\tau/2)$ [4], где τ — длительность такта. При высокой тактовой частоте ($\omega\tau \ll 1$) процесс дискретизации практически не влияет на характеристики сигналов в полосе пропускания. Необходимо отметить, что строгий анализ воздействия на *SC*-цепь произвольного аналогового сигнала значительно сложнее [13].

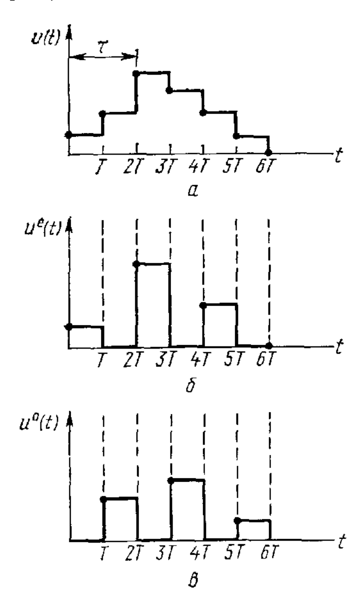


Рис. 16. Дискретизированное напряжение (*а*), разделенное на четные (*б*) и нечетные (*в*) компоненты

Как было показано, цепи с переключаемыми конденсаторами (см. рис. 15) относятся к цепям с переменными параметрами. Поэтому сигнал на выходе такой цепи зависит в общем случае от того, в какие именно моменты времени и с какой частотой производятся переключения. Топология такой цепи изменяется во времени, так как ключи попеременно замыкаются и размыкаются. Одна топология соответствует четным, а вторая нечетным интервалам переключения. Поэтому переменную во времени *SC*-цепь с двухфазными ключами можно рассматривать как две взаимосвязанные инвариантные во времени дискретные цепи [11—13]. Принимая во внимание это основополагающее представление, математически удобно разделить дискретизированное напряжение (рис. 16,*а*) на четные и нечетные компоненты, как показано на рис. 16,*б* и *в* соответственно. Сопоставляя эти компоненты u^e и u^o с управляющими импульсами φ^e и φ^o, видим, что u^e не равно нулю только на четырех интервалах времени (когда замкнут ключ *e*), а u^o имеет ненулевое значение на нечетных интервалах (когда замкнут ключ *o*). Этот факт используется в ряде методов строгого анализа *SC*-цепей [11].

Один из способов интерпретации взаимосвязи между четными и нечетными цепями основывается на предположении, что топологически они не связаны, причем состояние одной цепи определяет начальные условия для другой [13]. Эти начальные условия устанавливаются с помощью зависимых источников, включенных в каждую из цепей. Такой способ оказывается особенно удобным для

анализа с использованием ЭВМ. В соответствии с другой интерпретацией [11, 12] четные и нечетные цепи топологически объединяются в единую эквивалентную цепь, рассматриваемую в z-области. В общем случае для SC-цепи с двухфазными ключами, имеющей n входов, составляется эквивалентная цепь с $2n$ входами (т. е. n входов для четных и n входов для нечетных интервалов переключения). Именно эта интерпретация обеспечивает те же свойства, что и преобразование Лапласа для линейных инвариантных во времени цепей. Хотя далее ограничимся рассмотрением цепей с двухфазными ключами, применяемая концепция распространяется и на цепи с многофазными ключами.

Цепи с переключаемыми конденсаторами наиболее строго описываются с помощью уравнений переноса зарядов. Поэтому в качестве переменных, характеризующих i-й узел цепи, примем выборочные значения напряжения $u_i(kT)$ и приращения заряда $\Delta q_i(kT)$. В моменты переключения kT заряды, накопленные на конденсаторах, подключенных к узлам цепи, мгновенно перераспределяются согласно закону сохранения зарядов в узлах цепи[1]. На этом основании составим уравнения узловых зарядов подобно тому, как для непрерывных цепей составляются уравнения Кирхгофа для узловых потенциалов. В связи с тем, что ключи принимают два положения, в общем случае для описания поведения зарядов в отдельном узле в произвольный момент времени kT требуются два отдельных, но связанных между собой уравнения; одно уравнение составляется для четных, а другое для нечетных моментов переключения. Приведем эти уравнения для узла с номером p (напомним, что $\tau=2T$):

$$\Delta q_p^e(kT)=\sum_{i=1}^{M_{ep}} q_{pi}^e(kT)-\sum_{i=1}^{M_{ep}} q_{pi}^o[(k-1)T] \text{ для четных } k, \tag{38а}$$

$$\Delta q_p^o(kT)=\sum_{i=1}^{M_{op}} q_p^e(kT)-\sum_{i=1}^{M_{op}} q_{pi}^e[(\quad\quad)T] \text{ для нечетных } k \tag{38б}$$

или, что эквивалентно, в z-области

$$\Delta Q_p^e(z)=\sum_{i=1}^{M_{ep}} Q_{pi}^e(z)-z^{-1/2}\sum_{i=1}^{M_{ep}} Q_{pi}^o(z), \tag{39а}$$

---

[1] Предположение о мгновенном перераспределении зарядов в моменты переключения справедливо для цепи без потерь. — *Прим. перев.*

$$\Delta Q_p^o(z) = \sum_{i=1}^{M_{op}} Q_{pi}^o(z) - z^{-1/2} \sum_{i=1}^{M_{op}} Q_{pi}^e(z). \qquad (39б)$$

Здесь $q^e{}_{pi}$, $q^o{}_{pi}$ — мгновенные значения зарядов, накопленных в i-м конденсаторе, присоединенном к узлу p, в четные и нечетные моменты времени kT соответственно, а $Q^e{}_{pi}$, $Q^o{}_{pi}$ — их z-преобразования; M_{ep} и M_{op} — общее число конденсаторов, присоединенных к узлу p на четном и нечетном интервале переключения соответственно. Если рассматривать изменение заряда в четный момент переключения, то $q^e{}_{pi}(kT)$ представляет собой заряд на конденсаторе C_{pi} в момент времени kT^+ (т. е. непосредственно после переключения), а $q^o{}_{pi}[(k-1)T]$ — заряд, полученный конденсатором в предыдущий нечетный момент $(k-1)T$. Следовательно, для данного четного k заряд $q^o{}_{pi}[(k-1)T]$ служит начальным условием, описывающим состояние цепи в момент kT, т. е. непосредственно перед переключением. Аналогичное описание может быть дано и для нечетных периодов переключения.

Для SC-цепи, имеющей единственный переключаемый конденсатор, как показано, например на рис. 15,*а*, z-преобразование уравнений узловых зарядов [12] непосредственно приводит к простой эквивалентной схеме в z-области, описанной в гл. 3. Эквивалентную схему сложной SC-цепи составляем, заменяя каждый SC-элемент принципиальной схемы его эквивалентной схемой в z-области. Затем по эквивалентной схеме, как показано в гл. 4, составляем уравнения узловых зарядов в z-области для каждого узла цепи. Требуемую передаточную функцию (функции) напряжения определяем обычным способом с помощью алгебраических преобразований. Такой способ позволяет анализировать SC-цепи с помощью методов, применяемых при изучении линейных инвариантных во времени цепей.

2.3. ФОРМЫ ДИСКРЕТИЗИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

Необходимо заметить, что существуют различные способы дискретизации сигнала (на рис. 16 показан лишь общий характер дискретизированного сигнала). Различные частные формы дискретизированных сигналов и их четные и нечетные компоненты приведены на рис. 17. Дискретизированные сигналы на рис. 17,*а* и *б* равны ну-

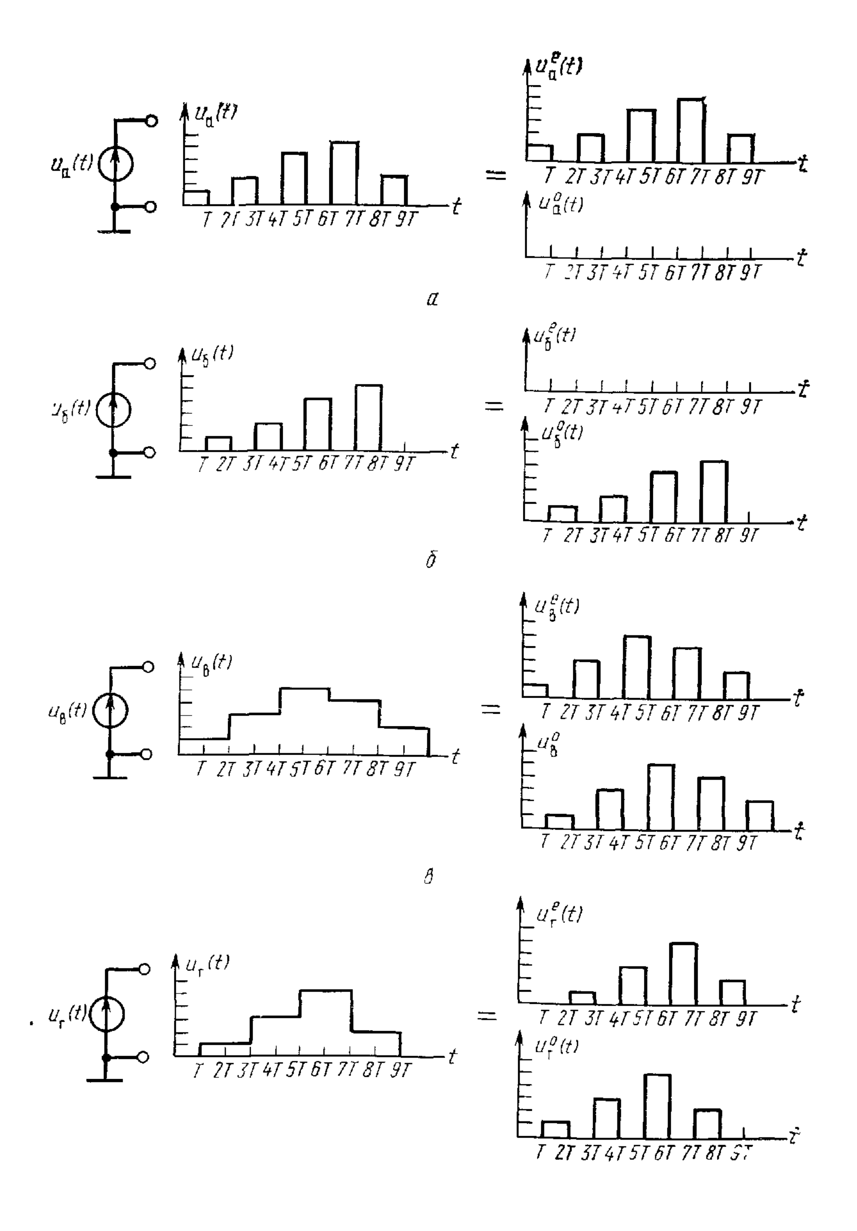


Рис. 17. Основные виды дискретизированных напряжений и их четные и нечетные компоненты

лю в течение половины такта. Математически они записываются как

$$U_а(z)=U_а^e(z)+U_а^o(z),\qquad (40а)$$

где

$$U_а^o(z)=0\,;\qquad (40б)$$

$$U_б(z)=U_б^e(z)+U_б^o(z),\qquad (41а)$$

где

$$U_б^e(z)=0.\qquad (41б$$

Подобным образом характеризуем дискретизированные сигналы на выходе устройства выборки и запоминания, показанные на рис. 17,*в* и *г*, которые сохраняют постоянное значение в течение всего такта. Для рис. 17,*в* имеем

$$U_в(z)=U_в^e(z)+U_в^o(z),\qquad (42а$$

где

$$U_в^o(z)=z^{-1/2}\,U_в^e(z).\qquad (42б$$

Согласно (42б) $u^o{}_в(kT)$ есть задержанная копия сигнала $u^e{}_в(kT)$. По аналогии для рис. 17,*г* имеем

$$U_г(z)=U_г^e(z)+U_г^o(z),\qquad (43а)$$

где

$$U_г^e(z)=z^{-1/2}\,U_г^o(z).\qquad (43б)$$

Если конденсатор C подключить к зажимам источника напряжения $u_в(t)$, то заряд конденсатора будет изменяться в течение такта только один раз, а именно в четные моменты времени kT, когда изменяется напряжение $u_в(t)$. В нечетные моменты времени kT мгновенные значения $u_в(t)$, равные напряжению на конденсаторе, не изменяются, поэтому заряд остается постоянным. Это явление для четных и нечетных интервалов переключения аналитически описывается следующим образом:

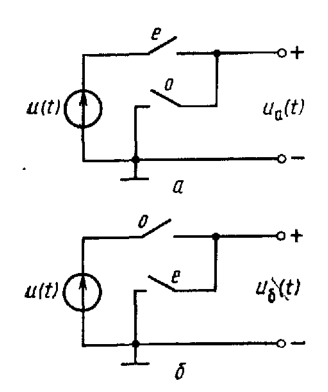
$$\Delta Q_в^e(z)=CU_в^e(z)-C\,z^{-1/2}\,U_в^o(z)=C\,(1-z^{-1})\,U_в^e(z),\quad (44а)$$

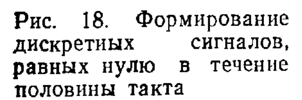
$$\Delta Q_в^o(z)=CU_в^o(z)-C\,z^{-1/2}\,U_в^e(z)=0.\qquad (44б)$$

Заметим, что выполнение условия $\Delta Q^o{}_в(z)=0$ можно также добиться отсоединением источника напряжения $U_в$ от конденсатора с помощью ключа, который разомкнут в течение нечетных интервалов переключения. В связи с тем,

что в течение интервалов размыкания ключа заряд конденсатора не изменяется, такая модель применима и для анализа цепей, в которых устройства выборки и запоминания растягивают выборочное значение сигнала на весь такт. Соответствующие соотношения могут быть записаны для дискретизированного сигнала на рис. 17,*г*, полученного с помощью аналогичного устройства выборки и запоминания.

Полезно заметить, что дискретизированные сигналы $u_а(t)$ и $u_б(t)$, равные нулю в течение половины такта, могут быть получены обработкой напряжения $u(t)$ на рис. 16 с помощью простой переключающей цепи, показанной на рис. 18. Напряжения $u_а$ и $u_б$ имеют идеальную форму, показанную на рис. 17,*а* и *б* соответственно, при идеальных ключах и нулевом внутреннем сопротивлении источника напряжения.




Рис. 18. Формирование дискретных сигналов, равных нулю в течение половины такта

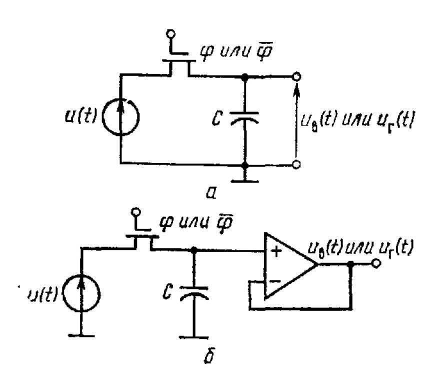


Рис. 19. Устройства выборки и запоминания

Устройства выборки и запоминания, показанные на рис. 19, позволяют брать выборки из непрерывных сигналов и фиксировать выборочные значения в течение всего такта (см. рис. 17,*в*,*г*) или на половину такта (см. рис. 17,*а*, *б*). Ключ на рис. 19,*а* нормально разомкнут; он замыкается на короткое время в моменты взятия выборок. При этом конденсатор C мгновенно заряжается до значения $u(t)$ в момент взятия выборки. В идеальном случае длительность замыкания ключа должна быть как можно меньше, чтобы напряжение $u(t)$ не успело существенно измениться. В течение интервала размыкания ключа за-

ряд конденсатора C не изменяется и выходное напряжение остается постоянным до тех пор, пока ключ снова не замкнется. Простейшую цепь на рис. 19,*а* нельзя подключать к нагрузке с низким полным сопротивлением, например к переключаемому конденсатору большой емкости или к резистору с малым сопротивлением. В таких случаях конденсатор будет разряжаться токами утечки в течение интервалов размыкания ключа и выходное напряжение не будет оставаться постоянным. Применение буферного устройства в виде операционного усилителя с единичным коэффициентом передачи, разделяющего запоминающий конденсатор и нагрузку, как показано на рис. 19,*б*, позволяет преодолеть эту трудность.

В разд. 1.3 упоминалось, что частотная характеристика устройства выборки и запоминания имеет вид функции $\sin x/x$; этот результат непосредственно вытекает из рассмотрения импульсной характеристики цепи на рис. 19. Действительно, предположив, что напряжение $u(t)$ постоянно в течение интервала замыкания ключа, запишем импульсную характеристику в виде

$$h(t) = \frac{1}{\tau} u_1(t) - \frac{1}{\tau} u_1(t-\tau), \qquad (45)$$

где $u_1(t)$ — функция единичного скачка; τ — интервал времени между моментами взятия выборок (т. е. между моментами замыкания ключа). Взяв преобразование Лапласа от выражения (45), получим частотную характеристику устройства выборки и запоминания[1]

$$H(j\omega) = \left.\frac{1-e^{-s\tau}}{s\tau}\right|_{s=j\omega} = \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2} e^{-j\omega\tau/2}. \qquad (46)$$

Таким образом, $|H(j\omega)| = \sin(\omega\tau/2)/(\omega\tau/2)$, где $\tau = T$ для операций взятия выборок в соответствии с рис. 16,*а*, 17,*а,б*; $\tau = 2T$ для операции взятия выборок в соответствии с рис. 17,*в,г*.

Различные формы дискретизированных напряжений, рассмотренные в данном разделе, могут быть получены с помощью внешних устройств (т. е. с помощью независимых источников напряжения) или в любых внутренних узлах цепи с помощью соответствующей комбинации ключей и конденсаторов. Во многих практических случаях, особенно при подключении к другой SC-цепи, весьма су-

---

[1] Масштабный коэффициент в выражении (45), равный $1/\tau$, выбран для нормирования к единице максимума $|H(j\omega)|$. — *Прим. перев.*

щественно идентифицировать форму дискретизированных напряжений во внутренних узлах цепи. Как увидим далее, это достаточно просто сделать, используя материал данного раздела.

2.4. ВЗАИМОСВЯЗЬ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ *SC*-ЦЕПИ

Передаточные функции аналоговых активных фильтров, полученные с помощью преобразования Лапласа, широко используются в задачах анализа и синтеза. В последующих разделах показано, что при проектировании активных *SC*-фильтров аналогичную важную роль играют передаточные функции, полученные с помощью *z*-преобразования. В связи с этим еще раз подчеркнем, что передаточные функции *SC*-цепей наиболее удобно записывать в *z*-области.

Ограничимся для простоты обсуждением *SC*-цепи с одним входом и одним выходом. Как отмечено в разд 2.2, такая цепь может быть описана эквивалентной схемой, имеющей два входа и два выхода, как показано на рис. 20. Соотношения вход-выход в этой цепи в общем случае можно установить с помощью передаточной матрицы размером 2×2:

$$\begin{bmatrix} U^e_{\text{вых}}(z) \\ U^o_{\text{вых}}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(z) & H_2(z) \\ H_3(z) & H_4(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^e_{\text{вх}}(z) \\ U^o_{\text{вх}}(z) \end{bmatrix}, \qquad (47)$$

причем на основе принципа суперпозиции

$$U_{\text{вх}}(z) = U^e_{\text{вх}}(z) + U^o_{\text{вх}}(z), \qquad (48а)$$

$$U_{\text{вых}}(z) = U^e_{\text{вых}}(z) + U^o_{\text{вых}}(z). \qquad (48б)$$

Заметим, что для четных моментов времени kT $U^o{}_{\text{вх}}(z) = 0$ и $U^o{}_{\text{вых}}(z) = 0$, а для нечетных $U^e{}_{\text{вх}}(z) = 0$ и $U^e{}_{\text{вых}}(z) =$

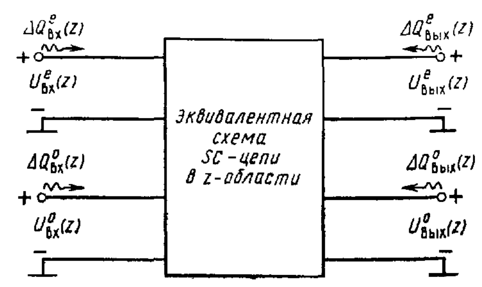


Рис. 20. Эквивалентная схема дискретной цепи в *z*-области

$=0$. По существу, уравнение (47) отражает переменный во времени характер *SC*-цепи. Так, если выборки выходного напряжения берутся только в четные моменты времени kT, то

$$U^e_{\text{вых}}(z)=H_1(z)\,U^e_{\text{вх}}(z)+H_2(z)\,U^o_{\text{вх}}(z). \tag{49а}$$

При взятии выборок выходного напряжения только в нечетные моменты kT

$$U^o_{\text{вых}}(z)=H_3(z)\,U^e_{\text{вх}}(z)+H_4(z)\,U^o_{\text{вх}}(z). \tag{49б}$$

Когда же выборки берутся как в четные, так и в нечетные моменты времени, выходное напряжение

$$U_{\text{вых}}(z)=U^e_{\text{вых}}(z)+U^o_{\text{вых}}(z)=[H_1(z)+ \\ +H_3(z)]\,U^e_{\text{вх}}(z)+[H_2(z)+H_4(z)]\,U^o_{\text{вх}}(z). \tag{49в}$$

В общем случае $U^o{}_{\text{вых}}(z)\neq z^{-1/2}U^e{}_{\text{вых}}(z)\neq U_{\text{вых}}(z)$. Заметим, что четные и нечетные выборки сигналов сдвинуты во времени друг относительно друга на половину такта, поэтому равенство четных и нечетных выборок влечет за собой равенство $U^o(z)=z^{-1/2}U^e(z)$. Это равенство, как было отмечено ранее, описывает устройства выборки и запоминания, фиксирующие выборочное значение в течение всего такта. Как будет показано далее, передаточные функции зависят от способа взятия выборок входных и выходных сигналов. Рассмотрим в качестве примера воздействие на *SC*-цепь, изображенную на рис. 20, источника, напряжение которого равно нулю, в течение нечетных интервалов переключения (рис. 17,*а*). Подставляя $U^o{}_{\text{вх}}(z)=$ $=0$, вытекающее из выражения (40б), в уравнение (47), получаем соотношения между входным и выходным напряжениями:

$$U^e_{\text{вых}}(z)=H_1(z)\,U^e_{\text{вх}}(z), \tag{50}$$

$$U^o_{\text{вых}}(z)=H_3(z)\,U^e_{\text{вх}}(z). \tag{51}$$

Таким образом, передаточная функция равна $H_1(z)$ или $H_3(z)$ в зависимости от того, в какие моменты времени kT берутся выборки выходного сигнала $u_{\text{вых}}(kT)$ — в четные или нечетные соответственно. Однако если выборки $u_{\text{вых}}$ берутся в каждый момент времени kT, то

$$U_{\text{вых}}(z)=[H_1(z)+H_3(z)]\,U^e_{\text{вх}}(z). \tag{52}$$

В общем случае $H_1(z)\neq H_3(z)$, однако эти передаточные функции содержат одинаковые компоненты. Поэтому в общем случае невозможно синтезировать функции $H_1(z)$ и $H_3(z)$ независимо.

На практике соответствующим выбором способа дискретизации входных и выходных сигналов можно реализовать *SC*-цепь, которая полностью характеризуется единственной передаточной функцией. Соотношения (50) и (51) описывают примеры таких классов *SC*-цепей. Их можно синтезировать непосредственно в *z*-области, используя методику синтеза цифровых фильтров [3]. Примеры цепей, характеризуемых несколькими и единственной передаточными функциями, приведены в гл. 4.

2.5. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧАСТОТ ПРИ ОТОБРАЖЕНИИ ПЛОСКОСТИ *s* В ПЛОСКОСТЬ *z*

Начальный этап синтеза *SC*-цепи состоит в выборе подходящей передаточной функции в *z*-области. В связи с тем, что требования к характеристикам фильтров обычно задаются в частотной области, удобно иметь математическое выражение, которое позволяет преобразовывать рациональную передаточную функцию комплексной переменной *s* в рациональную передаточную функцию комплексной переменной *z*. Такое преобразование должно обладать двумя свойствами:

1) устойчивая в *s*-области передаточная функция преобразовывается в передаточную функцию, устойчивую в *z*-области;

2) мнимая ось $j\omega$ из *s*-плоскости отображается в единичную окружность на *z*-плоскости.

Свойство *1* обеспечивает устойчивость передаточной функции, преобразованной в *z*-область, свойство *2* — не только устойчивость, но и сохранение формы частотной характеристики.

При синтезе *SC*-цепей используются четыре метода преобразования комплексных переменных [3,14].

1. Метод обратной разности (ОР)

$$\frac{1}{s} = \frac{\tau}{1 - z^{-1}} \tag{53а}$$

или

$$z = \frac{1}{1 - s\tau}. \tag{53б}$$

2. Метод прямой разности (ПР)

$$\frac{1}{s} = \frac{\tau z^{-1}}{1 - z^{-1}} \tag{54а}$$

или

$$z = 1 + s\tau. \tag{54б}$$

3. Билинейное преобразование

$$\frac{1}{s} = \frac{\tau}{2}\,\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \tag{55а}$$

или

$$z = \frac{2/\tau + s}{2/\tau - s}\,. \tag{55б}$$

4. Преобразование с дробной степенью z (ПДС)[1]

$$\frac{1}{s} = \tau\,\frac{z^{-1/2}}{1-z^{-1/2}} \tag{56а}$$

или

$$z = \frac{1}{2}\left[2 + s^2\tau^2 \pm \sqrt{s^2\tau^2\,(4+s^2\tau^2)}\right]. \tag{56б}$$

Переменная z в выражении (56б) является двузначной функцией s, причем оба значения z равноправны.

Рассмотрим эти преобразования более подробно. Во-первых, положив $s = -\sigma + j\omega$ и вычислив $|z|$, определим, выполняются ли свойства 1 и 2. Для обратной разности видим, что

$$|z| = \sqrt{\frac{1}{(1+\sigma\tau)^2 + \omega^2\tau^2}} < 1. \tag{57}$$

Из (57) следует, что при методе обратной разности ось $j\omega$ отображается внутрь единичного круга на плоскости z. Следовательно, свойство 1 выполняется, а свойство 2 — нет. Это отображение иллюстрируется на рис. 21. Из выражения (57) следует, что высокодобротные нули и полюсы в s-плоскости отображаются в z-плоскости в нули и полюсы с меньшей добротностью в зависимости от зна-

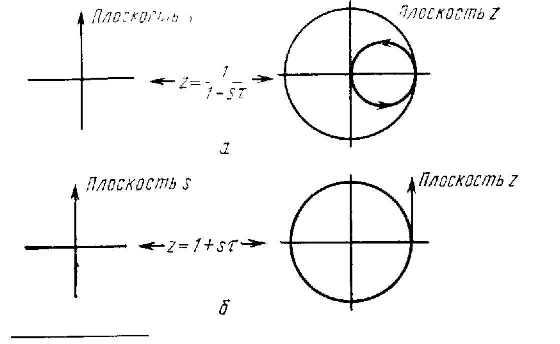


Рис. 21. Отображение оси $j\omega$ с помощью метода обратной (a) и прямой ($б$) разностей

[1] В оригинале lossless discrete integrator. — *Прим. перев.*

чения $\omega\tau$. И только при $\omega\tau \ll 1$ характер частотной характеристики фильтра примерно сохраняется.

Применив аналогичные рассуждения к отображению (54а), описывающему прямую разность, получим

$$|z| = \sqrt{(1-\sigma\tau)^2 + \omega^2 \tau^2} > 1. \qquad (58)$$

Неравенство (58) показывает, что метод прямой разности отображает ось $j\omega$ в прямую, лежащую вне единичного круга, как показано на рис. 21. Поэтому при использовании прямой разности не выполняются ни свойство 1, ни свойство 2. Применение этого метода приводит к тому, что высокодобротные нули и полюсы в s-плоскости отображаются в z-плоскости в нули и полюсы с еще большей добротностью, так что некоторые полюсы в z-плоскости могут оказаться неустойчивыми.

Билинейное преобразование для $s = j\omega$ обеспечивает равенство

$$|z| = \left| \frac{2/\tau + j\,\omega}{2/\tau - j\,\omega} \right| = 1. \qquad (59)$$

Аналогично для метода ПДС можно показать, что

$$|z| = \frac{1}{2} \sqrt{(2-\omega^2 \tau^2)^2 + \omega^2 \tau^2 (4-\omega^2 \tau^2)} = 1 \qquad (60)$$

для любых ω. Из выражений (59) и (60) следует, что билинейное преобразование и преобразование с дробной степенью z обладают свойством 2 и свойством 1 (последнее можно доказать отдельно).

Таким образом, для преобразования передаточной функции из области s в область z метод прямых разностей неприменим, а метод обратных разностей ограниченно применим (при $\omega\tau \ll 1$). Рассмотрим более подробно преобразование передаточных функций с помощью методов билинейного преобразования и ПДС. Применяя сначала билинейное преобразование к произвольной передаточной функции n-го порядка (при $m \leqslant n$)

$$H(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \ldots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0} = \frac{a_0 + \sum\limits_{i=1}^{m} a_i s^i}{b_0 + \sum\limits_{k=1}^{n-1} b_k s^k + s^n}, \qquad (61)$$

получаем

$$H(z)=$$

$$=\frac{a_0(1+z^{-1})^n+\sum_{i=1}^{m}a_i\left[\frac{2}{\tau}(1-z^{-1})\right]^i(1+z^{-1})^{n-i}}{b_0(1+z^{-1})^n+\sum_{k=1}^{n-1}b_k\left[\frac{2}{\tau}(1-z^{-1})\right]^k(1+z^{-1})^{n-k}+\left[\frac{2}{\tau}(1-z^{-1})\right]^n}=$$

$$=\frac{\hat{a}_0+\hat{a}_1z^{-1}+\ldots+\hat{a}_{n-1}z^{-n+1}+\hat{a}_nz^{-n}}{\hat{b}_0+\hat{b}_1z^{-1}+\ldots+\hat{b}_{n-1}z^{-n+1}+\hat{b}_nz^{-n}}. \qquad (62)$$

Отсюда вытекают следующие свойства билинейного преобразования:

1) передаточная функция n-го порядка $H(s)$ преобразуется в передаточную функцию $H(z)$ также n-го порядка;

2) числитель и знаменатель передаточной функции имеют одинаковый порядок n;

3) числитель и знаменатель передаточной функции представляют собой полиномы по целым степеням переменной z^{-1};

4) без доказательства принимаем, что передаточная функция (62) всегда реализуема с помощью SC-цепей.

Теперь преобразуем передаточную функцию (61) с помощью метода ПДС:

$$H(z)=\frac{a_0(z^{-1/2})^n+\sum_{i=1}^{m}a_i\left[\frac{1}{\tau}(1-z^{-1})\right]^i(z^{-1/2})^{n-i}}{b_0(z^{-1/2})^n+\sum_{k=1}^{n-1}b_k\left[\frac{1}{\tau}(1-z^{-1})\right]^k(z^{-1/2})^{n-k}+\left[\frac{1}{\tau}(1-z^{-1})\right]^n}. \qquad (63)$$

Заметим, что:

1) передаточная функция $H(z)$ имеет n-й порядок, причем числитель и знаменатель представляют собой полиномы целых степеней переменной $z^{-1/2}$;

2) заменив переменную $z^{-1/2}=\hat{z}^{-1}$, исключим степени $z^{-1/2}$ в выражении для передаточной функции $H(z)$. Сделав эту замену переменных в (63), получим передаточную функцию $H(\hat{z})$, имеющую порядок $2n$. Эта функция хотя и реализуема с помощью SC-цепи, но потребует в два раза больших аппаратурных затрат, чем для реализации передаточной функции, полученной с помощью билинейного преобразования.

Для использования билинейного преобразования, преобразующего передаточную функцию переменной s в пе-

редаточную функцию переменной z, читатель должен быть знаком еще с двумя его свойствами. Первое свойство — это хорошо известный эффект частотных искажений, который является следствием нелинейности соотношения частот аналогового ω и дискретного $\hat{\omega}$ фильтров ($s=j\omega$ и $z=e^{j\hat{\omega}\tau}$). Природа нелинейности обнаруживается при подстановке в выражение (55а) $s=j\omega$ и $z=e^{j\hat{\omega}\tau}$. Выразив в получившемся уравнении частоту ω как функцию частоты $\hat{\omega}$, получим нелинейное соотношение

$$\omega=\frac{2}{\tau}\,\mathrm{tg}\,\frac{\hat{\omega}\tau}{2}\,. \qquad (64)$$

Заметим, что при $\hat{\omega}\tau \ll 1$ преобразование (64) почти линейно. Эффект частотных искажений компенсируется простым предварительным пересчетом (коррекцией) характерных частот фильтра (частот среза и граничных частот полосы пропускания) согласно соотношению (64). Эта процедура графически иллюстрируется на рис. 22. После

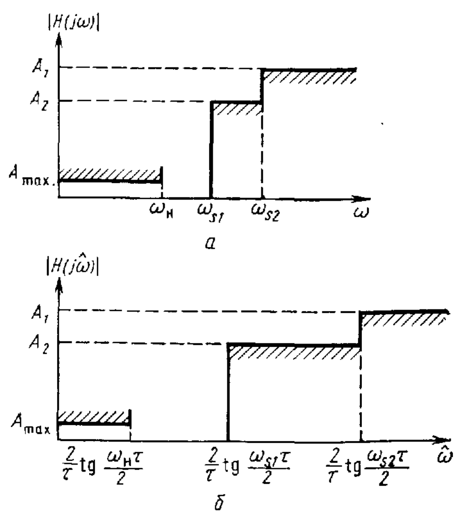


Рис. 22. Желаемая (*а*) и скорректированная (*б*) амплитудно-частотные характеристики фильтра

получения передаточной функции аналогового фильтра с предварительно скорректированными характерными частотами применим билинейное преобразование (55а) для перехода к передаточной функции переменной z. Проиллюстрируем эту методику на следующем примере.

Пример 1. Найдем передаточную функцию дискретного фильтра, для которого в качестве аналогового прототипа выбран полосовой фильтр с передаточной функцией

$$H(s)=\frac{2027{,}9\,s}{s^2+641{,}28\,s+1{,}0528\cdot 10^8}. \qquad (65)$$

Аналоговый полосовой фильтр имеет центральную частоту $f_0=1633$ Гц, добротность $Q=16$, максимальный коэффициент передачи 10 дБ на частоте f_0. Выберем частоту дискретизации в SC-фильтре равной 8 кГц (период $\tau=125$ мкс). Скорректируем передаточную функцию $H(s)$ (65), пересчитав по формуле (64) верхнюю и нижнюю граничные частоты (по уровню —3 дБ): скорректированное значение нижней граничной частоты $\omega_н=1{,}145246\cdot 10^4$ рад/с, верхней граничной частоты $\omega_в=1{,}245149\cdot 10^4$ рад/с и центральной частоты $\omega_0=(\omega_в+\omega_н)/2=1{,}195198\cdot 10^4$ рад/с. Заметим, что теперь полоса пропускания $\Delta\omega=\omega_в-\omega_н=999{,}03$ рад/с. После вычисления характерных частот запишем выражение для скорректированной передаточной функции:

$$\hat{H}(s)=\frac{3159{,}2\,s}{s^2+999{,}03\,s+1{,}4285\cdot 10^8}.$$

Заметим, что масштабный коэффициент в (66) изменен по сравнению с (65) так, чтобы максимальный коэффициент передачи сохранился равным 10 дБ. Подставив теперь билинейное преобразование (55а) в выражение (66), получим искомую передаточную функцию в z-плоскости:

$$H(z)=\frac{0{,}1219\,(1-z^{-1})\,(1+z^{-1})}{1-0{,}5455\,z^{-1}+0{,}9229\,z^{-2}}. \qquad (67)$$

Приведем еще два свойства билинейного преобразования:

1) частотная характеристика аналогового фильтра, определенная в области частот $-\infty<\omega<\infty$, преобразуется, как следует из соотношения (64), в область частот $-\omega_s/2\leqslant\hat{\omega}\leqslant\omega_s/2$, где $\omega_s=2\pi/\tau$ — частота дискретизации. При этом, например, нуль передаточных функций (65) и (66), расположенный на плоскости s в бесконечности, отображается на плоскости z в точку $z=-1$, соответствующую частоте $\omega_s/2$, т. е. половине частоты дискретизации. Благодаря этому свойству увеличивается затухание фильтров нижних частот и полосовых фильтров на высоких частотах, оно обсуждается далее;

2) хотя амплитудно-частотные характеристики дискретного фильтра могут быть скорректированы путем пересчета характерных частот аналогового фильтра-прототипа,

групповое время запаздывания дискретного и аналогового фильтров отличается, погрешность составляет около $\sin^{-2}(\omega\tau/2)$. При проектировании устройств выравнивания запаздывания сигнала такая погрешность обычно недопустима. Для ее уменьшения следует повышать частоту дискретизации.

Подчеркнем, что передаточная функция $H(z)$, полученная с помощью преобразования комплексной переменной s в z, имеет амплитудно-частотную характеристику (рассчитываемую при $z=e^{j\omega\tau}$), близкую к желаемой амплитудно-частотной характеристике аналогового фильтра-прототипа. Однако чем ближе частота к значению $\omega_s/2$, тем больше различие этих характеристик. При частотах дискретизации, намного превышающих наивысшую частоту полюсов, что характерно для SC-фильтров, частотные характеристики дискретного фильтра и его аналогового прототипа практически полностью совпадают.

Рассмотрим преобразование передаточных функций звеньев второго порядка следующих типов: фильтра нижних частот (ФНЧ), полосового фильтра (ПФ), фильтра верхних частот (ФВЧ), фильтра нижних частот с режекцией (ФНЧ-Р), фильтра верхних частот с режекцией (ФВЧ-Р) и фазового звена (ФЗ). Обобщенную передаточную функцию звена второго порядка в z-области запишем в виде

$$H(z)=\frac{N(z)}{D(z)}=\frac{\gamma+\varepsilon z^{-1}+\delta z^{-2}}{1+\alpha z^{-1}+\beta z^{-2}}\,. \qquad (68)$$

Числитель $N(z)$ и карта нулей и полюсов этой передаточной функции для звеньев различного типа приведены в табл. 1. Наиболее интересны ФНЧ и ПФ, поэтому рассмотрим несколько разновидностей их передаточных функций. Эти разновидности обозначены в табл. 1 как ФНЧIJ и ПФIJ, где I означает число сомножителей $(1+z^{-1})$, а J — число сомножителей z^{-1} в числителе. Как уже отмечалось, нули в точке $z=-1$ появляются только при использовании билинейного преобразования. Они обеспечивают более крутой спад АЧХ в окрестности половины частоты дискретизации, однако реализация этих нулей может быть довольно сложной. Как правило, чем больше частота дискретизации по сравнению с частотой нулей и полюсов $\omega_{p,z}$ (т. е. чем меньше значения $\omega_{p,z}\tau$), тем меньше дополнительный спад амплитудно-частотной характеристики, обеспечиваемый нулями в точке $z=-1$.

Для того чтобы полюсы передаточной функции были расположены должным образом, коэффициенты знамена-

Таблица 1

Передаточные функции типовых звеньев второго порядка [24]

Тип звена	Числитель $N(z)$	Карта нулей и полюсов в z-плоскости ($\omega\tau \ll 1$)
ФНЧ20 (билинейное преобразование)	$K(1+z^{-1})^2$	Единичный круг; Im(z); Re(z); 2
ФНЧ11	$Kz^{-1}(1+z^{-1})$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФНЧ10	$K(1+z^{-1})$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФНЧ02	Kz^{-2}	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФНЧ01	Kz^{-1}	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФНЧ00	K	Единичный круг; Im(z); Re(z); 2
ПФ10 (билинейное преобразование)	$K(1-z^{-1})(1+z^{-1})$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ПФ01	$Kz^{-1}(1-z^{-1})$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ПФ00	$K(1-z^{-1})$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФВЧ (билинейное преобразование)	$K(1-z^{-1})^2$	Единичный круг; Im(z); Re(z); 2
ФНЧ-Р (билинейное преобразование)	$K(1+\varepsilon z^{-1}+z^{-2})$, $\varepsilon>\alpha/\sqrt{\beta}$, $\beta>0$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФВЧ-Р (билинейное преобразование)	$K(1+\varepsilon z^{-1}+z^{-2})$, $\varepsilon<\alpha/\sqrt{\beta}$, $\beta>0$	Единичный круг; Im(z); Re(z)
ФЗ (билинейное преобразование)	$1+K\alpha z^{-1}+K^2\beta z^{-2}$	Единичный круг; Im(z); Re(z)

теля $D(z)$ в выражении (68) должны быть получены с помощью билинейного преобразования. Числитель $N(z)$ ФНЧ- и ПФ-звеньев можно представить в различной форме, заменив один или оба сомножителя, соответствующих нулям в точке $z=-1$, на 2 или $2z^{-1}$ (при наличии множителя 2 сохраняется неизменным значение коэффициента передачи $H(z)$ на нулевой частоте). Вследствие такого перемещения нулей уменьшается крутизна спада амплитудно-частотной характеристики вблизи половины частоты дискретизации $\omega_s/2$, причем за счет одной этой жертвы часто удается достичь существенной экономии в суммарной емкости конденсаторов SC-фильтра. Эффект, получаемый при удалении нуля из точки $z=-1$, проиллюстрируем на примере дискретных ПФ10 и ПФ00, синтезированных на основе билинейного преобразования передаточной функции (65) аналогового ПФ, имеющего центральную частоту $f_0=1633$ Гц и добротность $Q=16$. Как и в примере 1, выберем частоту дискретизации 8 кГц. Такая частота минимальна при передаче речевых сигналов с верхней граничной частотой 4 кГц. Передаточная функция дискретного ПФ10 описывается выражением (67). Передаточная функция дискретного ПФ00 получается заменой сомножителя $(1+z^{-1})$ в выражении (67) на единицу:

$$H(z)=\frac{0{,}1953\,(1-z^{-1})}{1-0{,}5455\,z^{-1}+0{,}9229\,z^{-2}}. \qquad (69)$$

Амплитудно-частотные характеристики, построенные по выражениям (67) и (69), приведены на рис. 23. Заметим следующее:

1) знаменатели передаточных функций (67) и (69) идентичны; поэтому, как и ожидалось, амплитудно-частотные характеристики в пределах полосы пропускания весьма близки вплоть до уровня на 10 дБ ниже максимального;

2) масштабный коэффициент в (69) изменен таким образом, чтобы максимальный коэффициент передачи остался равным 10 дБ;

3) как видно из рис. 23, основное различие двух амплитудно-частотных характеристик состоит в большем затухании в окрестности частоты 4 кГц для ПФ10 и более замедленном спаде для ПФ00. Последний обеспечивает затухание около 25 дБ на частоте 4 кГц, равной половине частоты дискретизации. Нуль передачи в точке $z=-1$ играет меньшую роль в формировании амплитудно-частотной характеристики при увеличении частоты дискретизации.

Итак, амплитудно-частотная характеристика передаточной функции $H(z)$, полученной с помощью рационального преобразования переменной s в z, хорошо аппроксимирует требуемую амплитудно-частотную характеристику,

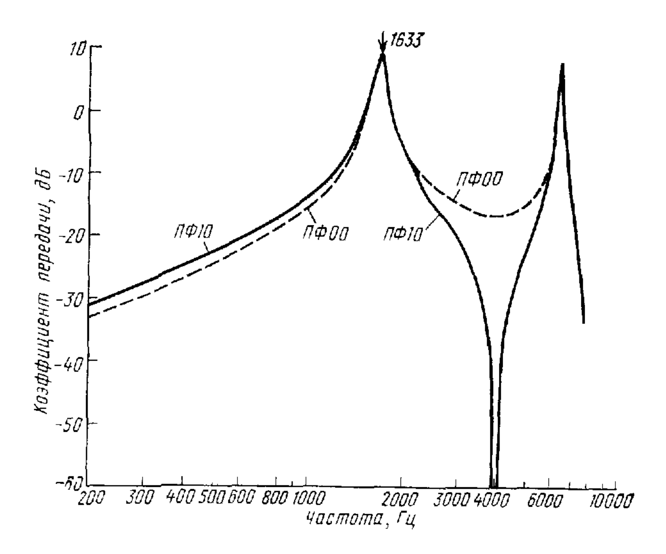


Рис. 23. Амплитудно-частотные характеристики фильтров ПФ10 и ПФ00, описываемых передаточными функциями (67) и (69)

заданную в s-области. После получения подходящей передаточной функции $H(z)$ емкости SC-фильтра рассчитываются приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях z^{-1} функции $H(z)$ и передаточной функции выбранной схемы, как это делается и при расчете номиналов элементов активных RC-фильтров.

2.6. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЦЕПЕЙ

Вместо вычисления передаточной функции $H(z)$ и синтеза SC-фильтра в z-области можно синтезировать схему активного RC-фильтра с требуемыми частотными характеристиками и затем преобразовать ее в SC-фильтр с помощью преобразований переменной s в z, описанных в разд. 2.5. При этом необходимо преобразовать элементарные цепи активных RC-фильтров в их дискретные аналоги. После получения подходящей SC-реализации каждой элементарной цепи их соединяют друг с другом в соответствии с электрической схемой активной RC-цепи.

Этот способ позволяет непосредственно преобразовывать активные RC-фильтры с низкой чувствительностью в активные SC-фильтры, обладающие такими же свойствами.

Известно множество структурных и электрических схем RC-фильтров на базе интеграторов без потерь и демпфированных интеграторов. Например, звено второго порядка на рис. 64,*б* (см. гл. 6), синтезированное методом переменных состояния, содержит два таких интегратора. Фильтры высокого порядка с низкой чувствительностью можно построить, охватывая обратной связью каскадное соединение интеграторов без потерь или демпфированных интеграторов. Эквивалентные дискретные цепи для таких фильтров можно получить, заменяя каждый аналоговый интегратор эквивалентным дискретным интегратором. Вид дискретного интегратора определяется выбранным способом преобразования переменной s в переменную z. В табл. 2 приведены преобразования передаточных функций

Таблица 2

Преобразование передаточных функций интеграторов

Преобразование		Интегратор без потерь $\left(\frac{1}{s}\right)$	Демпфированный интегратор $\left(\frac{p}{s+p}\right)$
Методом обратной разности	$s=\frac{1-z^{-1}}{\tau}$	$\frac{\tau}{1-z^{-1}}$	$\frac{\tau p}{(1+\tau p)-z^{-1}}$
Методом прямой разности	$s=\frac{1-z^{-1}}{\tau z^{-1}}$	$\frac{\tau z^{-1}}{1-z^{-1}}$	$\frac{\tau p z^{-1}}{1-(1-\tau p)\, z^{-1}}$
С дробной степенью z	$s=\frac{1-z^{-1}}{\tau z^{-1/2}}$	$\frac{\tau z^{-1/2}}{1-z^{-1}}$	$\frac{\tau p z^{-1/2}}{1+\tau p z^{-1/2}-z^{-1}}$
Билинейное	$s=\frac{2}{\tau}\,\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$	$\frac{\tau}{2}\,\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$	$\frac{\frac{\tau p}{2}(1+z^{-1})}{\left(1+\frac{\tau p}{2}\right)-\left(1-\frac{\tau p}{2}\right)z^{-1}}$

интегратора без потерь и демпфированного интегратора с помощью методов обратной и прямой разности, методов ПДС и билинейного преобразования [1]. Свойства активных

[1] Далее они будут называться ОР-, ПР-, ПДС- и билинейными интеграторами соответственно. — *Прим. перев.*

RC-прототипов удачно воспроизводятся эквивалентными SC-цепями в случаях, когда выполняются два свойства преобразования, указанные в разд. 2.5. Поэтому наиболее точные результаты получаются с помощью билинейного преобразования и преобразования с дробной степенью z. Заметим, однако, что каскадирование пары ОР- и ПР-интеграторов без потерь эквивалентно каскадированию пары ПДС-интеграторов, т. е.

$$\frac{\tau}{1-z^{-1}}\,\frac{\tau z^{-1}}{1-z^{-1}}=\frac{\tau z^{-1/2}}{1-z^{-1}}\,\frac{\tau z^{-1/2}}{1-z^{-1}}\ . \tag{70}$$

Уравнение (70) показывает, что при соответствующем объединении в пары интеграторы, полученные с помощью методов обратной и прямой разности, также можно использовать в качестве элементарных звеньев SC-цепи, несмотря на указанные в разд. 2.5 отрицательные свойства этих преобразований.

После выбора коэффициента передачи эквивалентного интегратора в z-плоскости SC-цепь конструируется путем замены каждого интегратора активного RC-фильтра эквивалентной SC-цепью. Простые SC-реализации для большинства приведенных в табл. 2 коэффициентов передачи проанализированы в гл. 4. Нереализуем только коэффициент передачи демпфированного ПДС-интегратора, что связано с наличием члена $z^{-1/2}$ в знаменателе его передаточной функции (см. пример в гл. 4). На первый взгляд кажется, что этот факт не позволяет использовать метод ПДС для получения коэффициентов передачи интеграторов в z-плоскости. Однако это не так, поскольку при $\tau p \ll 1$ передаточную функцию демпфированного ПДС-интегратора можно аппроксимировать следующим образом:

$$\frac{\tau p z^{-1/2}}{1+\tau p z^{-1/2}-z^{-1}}\approx\frac{\tau p z^{-1/2}}{1+(\tau p-z^{-1})}\ . \tag{71}$$

Другой способ преобразования активной RC-цепи в эквивалентную SC-цепь состоит в преобразовании полной проводимости с помощью упомянутых ранее преобразований переменной s в переменную z. В табл. 3 приведены эквиваленты полной проводимости для емкости (sC), проводимости (G), индуктивности ($1/(sL)$) и частотно-зависимого отрицательного сопротивления (s^2D).

Важно заметить, что эквиваленты проводимости, приведенные в табл. 3, не являются полными проводимостями в обычном смысле, связывающими изображения тока I и напряжения U. Они описываются формулой $y=\Delta Q/U$, ес-

Таблица 3

Преобразование полных проводимостей

Преобразование	Полная проводимость			
	sC	G	$1/(sL)$	s^2D
Методом обратной разности $s=\frac{1-z^{-1}}{\tau}$	$C(1-z^{-1})$	$G\tau$	$\frac{\tau^2}{L}\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\frac{D}{\tau}(1-z^{-1})^2$
Методом прямой разности $s=\frac{1-z^{-1}}{\tau z^{-1}}$	$C(1-z^{-1})$	$G\tau z^{-1}$	$\frac{\tau^2}{L}\frac{z^{-2}}{1-z^{-1}}$	$\frac{D}{\tau}\frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1}}$
С дробной степенью z $s=\frac{1-z^{-1}}{\tau z^{-1/2}}$	$C(1-z^{-1})$	$G\tau z^{-1/2}$	$\frac{\tau^2}{L}\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$	$\frac{D}{\tau}\frac{(1-z^{-1})^2}{z^{-1/2}}$
Билинейное $s=\frac{2}{\tau}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$	$C(1-z^{-1})$	$\frac{G\tau}{2}(1+z^{-1})$	$\frac{\tau^2}{4L}\frac{(1+z^{-1})^2}{1-z^{-1}}$	$\frac{2D}{\tau}\frac{(1-z^{-1})^2}{1+z^{-1}}$

тественно возникающей при составлении уравнений узловых зарядов [см., например, уравнения (39)]. К тому же эквиваленты однотипных полных проводимостей, полученных с помощью различных преобразований (кроме метода обратной разности), промасштабированы умножением на общие множители. Эти множители, различные для каждого типа преобразования, выбраны так, чтобы эквивалент проводимости конденсатора всегда имел вид $C(1-z^{-1})$. Такое масштабирование, как показано в последующих разделах, упрощает реализацию эквивалентов проводимости с помощью SC-цепей. Поскольку коэффициенты передачи напряжения безразмерные, то они не зависят от способа определения полной проводимости и масштабирования.

Продемонстрируем получение эквивалентов полных проводимостей в z-области для резистора, конденсатора и катушки индуктивности, применяя метод прямой разности. Проверку остальных эквивалентов проводимостей, приведенных в табл. 3, оставим читателю в качестве упражнений.

Резистор. Для резистора с сопротивлением $R=1/G$ мгновенные значения напряжения и тока удовлетворяют уравнению

$$i=Gu. \qquad (72а)$$

При дискретизации тока и напряжения в моменты времени $k\tau$ уравнение (72а) примет вид

$$i(k\tau)=Gu(k\tau). \qquad (72б)$$

Учитывая, что $i=dq/dt$ или в дискретной форме $i(k\tau)=$ $=\Delta q(k\tau)/\tau$, из (72б) получаем

$$\Delta q(k\tau)/\tau=Gu(k\tau). \qquad (72в)$$

Беря z-преобразование от обеих частей уравнения (72в), получаем соотношение

$$\Delta Q(z)=\tau GU(z),$$

откуда находим выражение для эквивалента проводимости резистора

$$y_R=\Delta Q(z)/U(z)=\tau G. \qquad (72г)$$

Конденсатор. Мгновенное значение напряжения на конденсаторе C и ток через него удовлетворяют уравнению

$$i=Cdu/dt$$

или

$$dq/dt=Cdu/dt. \qquad (73а)$$

Дискретизируем i и u в моменты времени $k\tau$. На основании соотношения

$$dq/dt=\Delta q(k\tau)/\tau$$

и выражения для прямой разности

$$\frac{du}{dt}=\frac{u\,[(k+1)\,\tau]-u\,(k\,\tau)}{\tau}$$

уравнение (73а) для дискретного времени представляем в виде

$$\frac{\Delta\,q\,(k\,\tau)}{\tau}=C\,\frac{u\,[\,(k+1)\,\tau]-u\,(k\,\tau)}{\tau}$$

или

$$\Delta q(k\tau)=C\{u[\,(k+1)\tau]-u(k\tau)\}. \qquad (73б)$$

Взяв z-преобразование от обеих частей уравнения (73б), получим соотношение

$$\Delta Q(z)=C(z-1)U(z),$$

на основании которого запишем выражение для эквивалента проводимости конденсатора

$$y_C = \Delta Q(z)/U(z) = C(1-z^{-1})/z^{-1}. \qquad (73в)$$

Катушка индуктивности. Мгновенные значения напряжения на катушке индуктивности и тока через нее удовлетворяют уравнению

$$u = L di/dt$$

или

$$u = L\,\frac{d\,(dq/dt)}{dt}\,. \qquad (74а)$$

Используя прямую разность, аппроксимируем $d(dq/dt)/dt$ следующим образом:

$$\frac{d\,(dq/dt)}{dt} = \frac{\Delta\,q\,[(k+1)\,\tau] - \Delta\,q\,(k\,\tau)}{\tau^2}\,.$$

Тогда при дискретизации i и u в моменты времени $k\tau$ уравнение (74а) принимает вид

$$u\,(k\,\tau) = L\,\frac{\Delta\,q\,[(k+1)\,\tau] - \Delta\,q\,(k\,\tau)}{\tau^2}\,. \qquad (74б)$$

Взяв от обеих частей уравнения (74б) z-преобразование, получим соотношение

$$U\,(z) = L\,\frac{z-1}{\tau^2}\,\Delta\,Q\,(z) = L\,\frac{1-z^{-1}}{\tau^2\,z^{-1}}\,\Delta\,Q\,(z),$$

на основании которого запишем выражение для эквивалента проводимости катушки индуктивности

$$y_L = \frac{\Delta\,Q\,(z)}{U\,(z)} = \frac{\tau^2}{L}\,\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}\,. \qquad (74в)$$

В заключение выражения для проводимостей y_R, y_C и y_L умножаем на z^{-1}. Масштабированные таким образом полные проводимости, полученные с помощью метода прямых разностей $(s=(1-z^{-1})/(\tau z^{-1}))$, приведены в табл. 3.

Заметим, что широко известная эквивалентность резистора переключаемому конденсатору хорошо согласуется с данными табл. 3. Обоснованность этой эквивалентности исследуется в гл. 3. Далее будет показано, что эквиваленты полных проводимостей, полученных на основе билинейного преобразования, реализуются SC-цепями довольно просто. Другие эквиваленты еще недостаточно изучены и далеко не во всех случаях их удается реализовать. Это касается эквивалентов индуктивности и частотно-за-

висимого отрицательного сопротивления. Возможные эквивалентные схемы полных проводимостей будут приведены в гл. 3 и 4.

3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ТИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ *SC*-ЦЕПЕЙ

В настоящей главе получены многополюсные эквивалентные схемы в *z*-области для нескольких типовых элементов *SC*-цепей. В частности, показано, что эквивалентные схемы емкости и некоторых проводимостей, приведенных в табл. 3, получаются естественным образом. Наша основная цель заключается в составлении наиболее простых эквивалентных схем для элементарных ячеек, из которых состоит *SC*-цепь. Тогда результирующая эквивалентная схема всей *SC*-цепи, образованная из эквивалентных схем ее элементов, соединенных в соответствии со схемой *SC*-цепи, имеет каноническую форму, и ее можно проанализировать с помощью карандаша и бумаги. Рассмотрим базовые *SC*-элементы, состоящие из одного конденсатора и от одного до четырех ключей. Они играют роль, аналогичную пассивным *R*-, *L*- и *C*-элементам в аналоговых цепях. Передаточные функции *SC*-элементов в *z*-области могут быть получены на основе их эквивалентных схем с помощью хорошо известных методов анализа цепей [5].

На рис. 24—26 приведены типовые *SC*-элементы и их эквивалентные схемы в *z*-области[1]. Кроме того, приведены эквивалентные схемы дискретизируемых источников напряжения, которые обсуждались в гл. 2. Составленная библиотека эквивалентных схем достаточно полная, она охватывает все опубликованные в литературе *SC*-элементы, в которых используются двухфазные ключи, управляемые неперекрывающимися импульсами. Эквивалентные схемы на рис. 24 представлены в наиболее общей форме с $2n$ входами в предположении, что все напряжения постоянны в течение половины такта, как напряжение $u(t)$ на рис. 16. Обозначения *e*, *o*, введенные в гл. 2, относятся к фазам работы ключей. Верхние индексы *e*, *o* и *o*, *e* обозначают четные — нечетные и нечетные — четные компоненты переменных состояния (U_i, ΔQ_i) соответственно.

[1] На рисунках эквивалентных схем прямоугольник обозначает элемент задержки, а прямоугольник с зигзагообразной линией — безынерционный (резистивный) элемент. — *Прим. перев.*

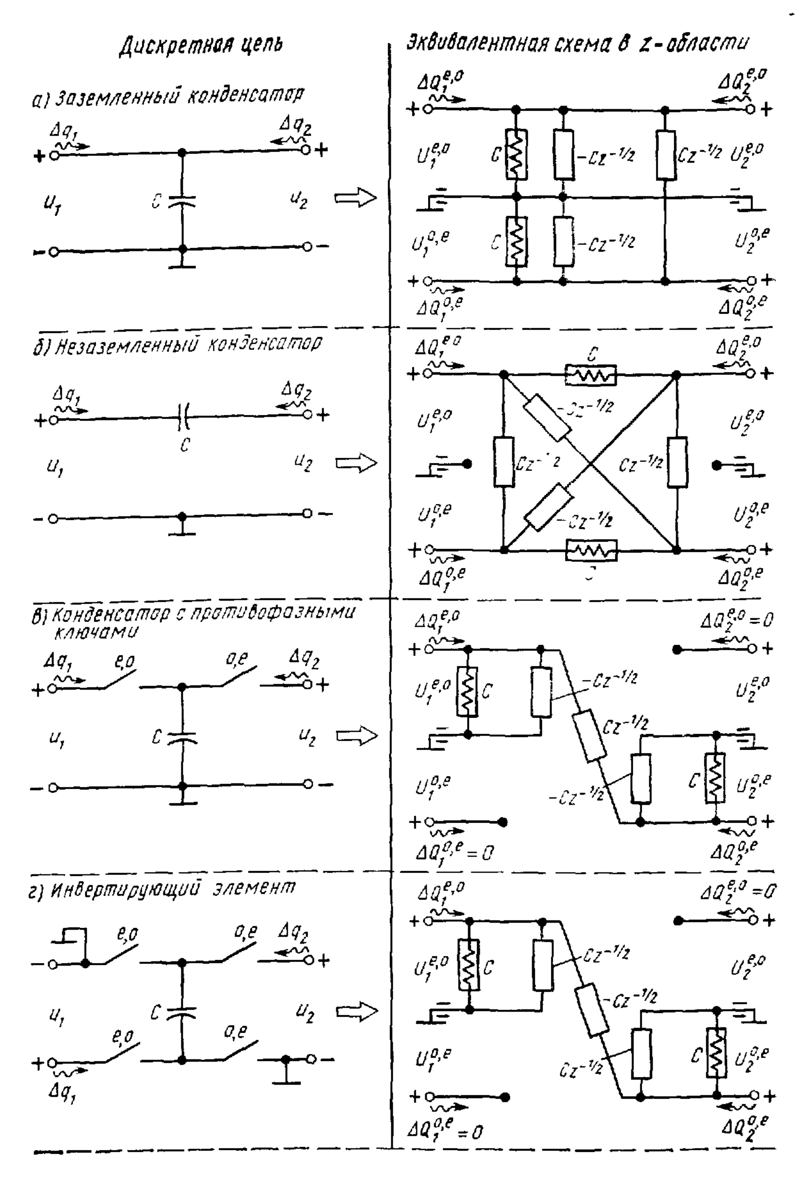


Рис. 24. Библиотека эквивалентных схем SC-элементов в z-области

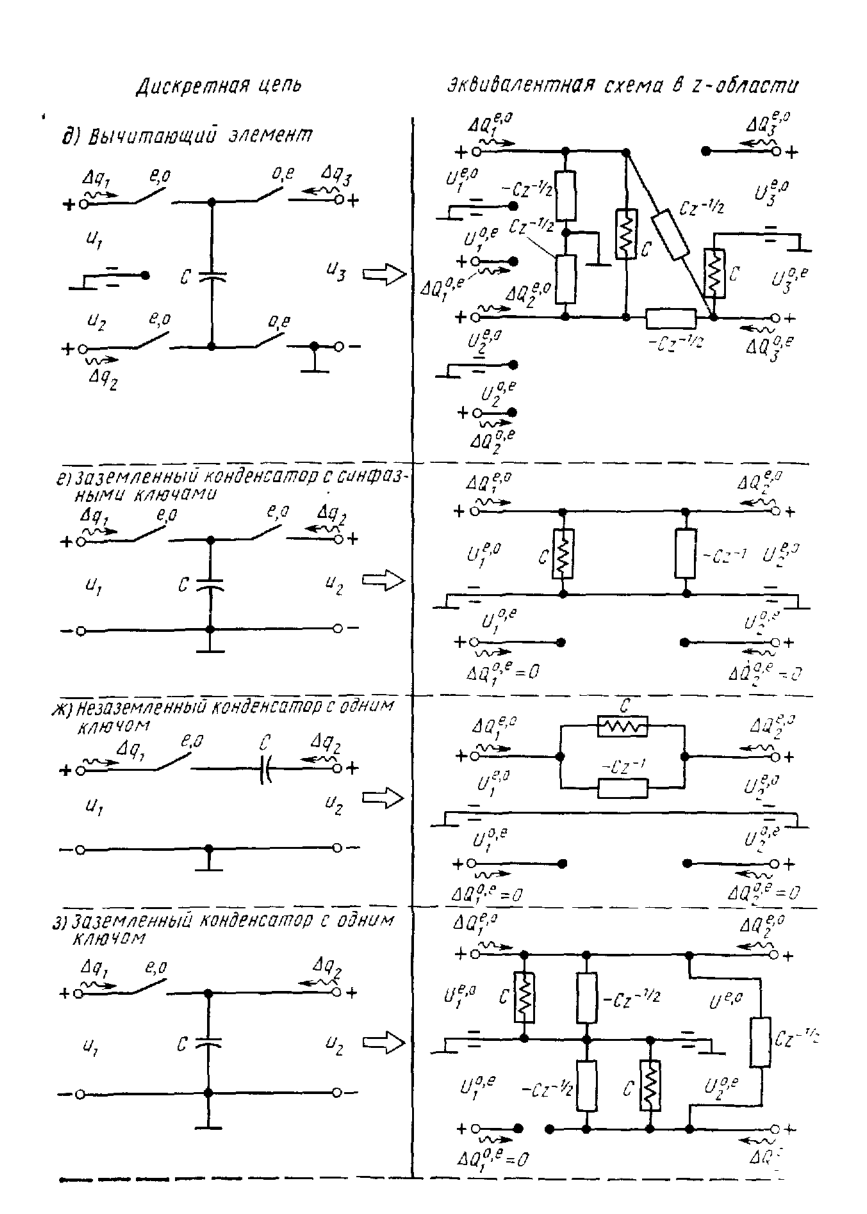


Рис. 24. (*Продолжение*)

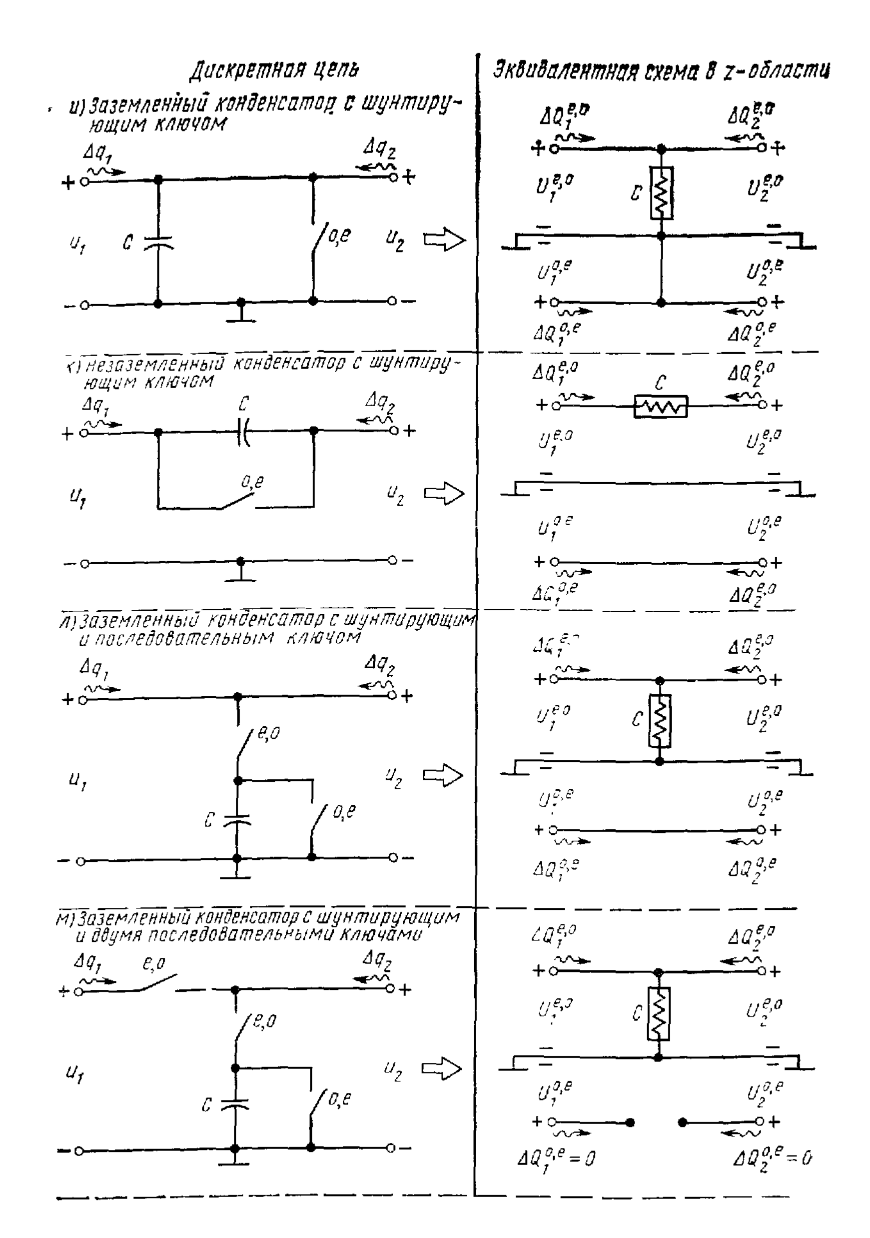


Рис. 24. (*Продолжение*)

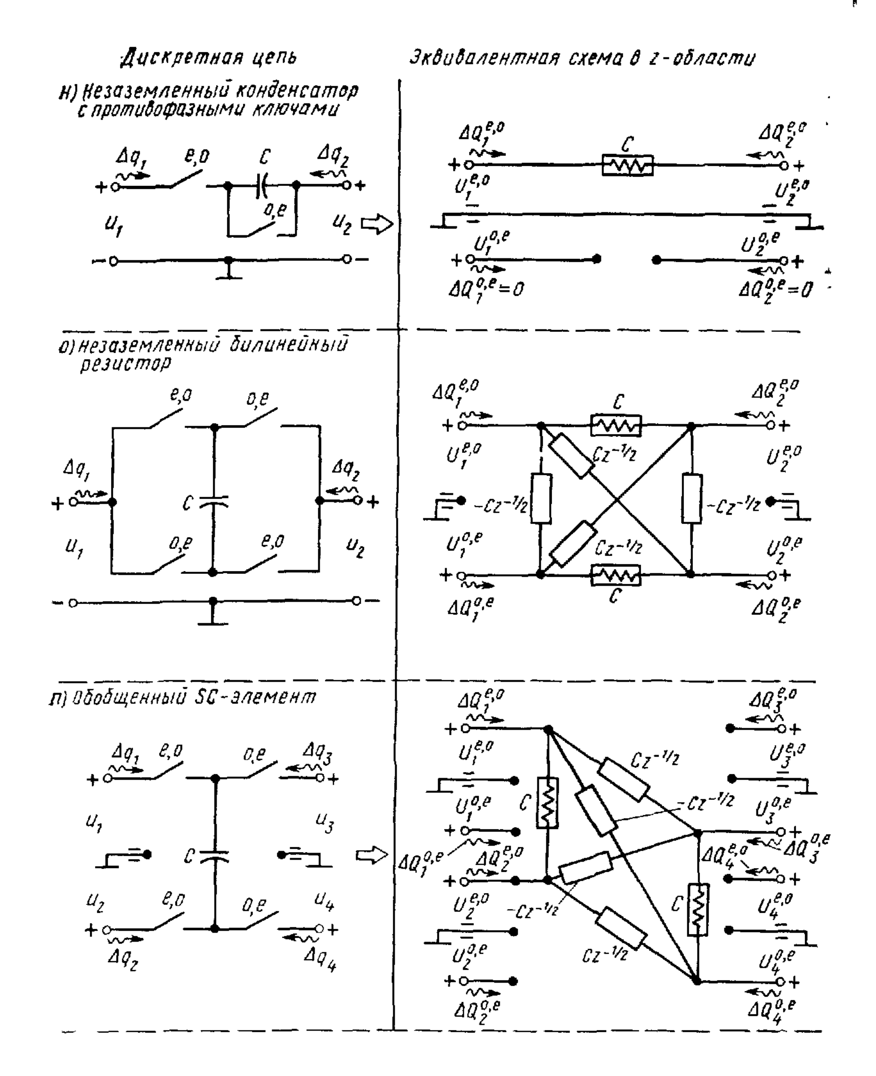


Рис. 24. (*Продолжение*)

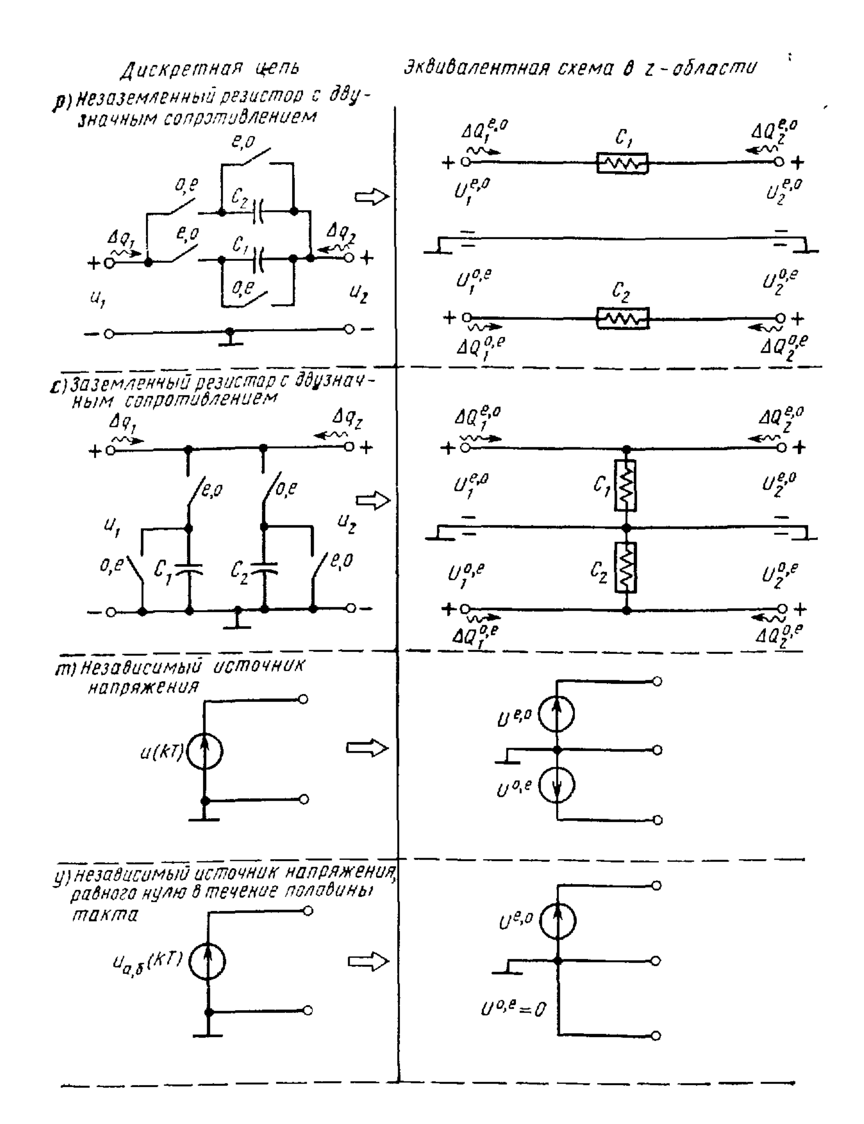


Рис. 24. (*Продолжение*)

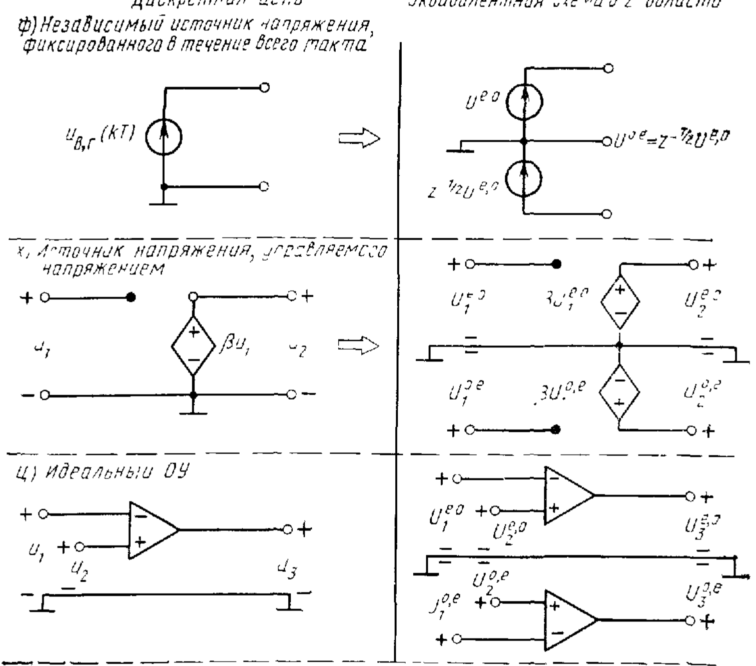


Рис. 24. (*Окончание*)

Эти обозначения в удобной форме дают информацию, необходимую для правильного соединения эквивалентных схем между собой.

На практике имеется много *SC*-цепей, в которых заряды и напряжения за счет внутреннего переключения изменяются через промежутки времени, равные целым тактам. К ним относится большинство *SC*-элементов на рис. 24. В *SC*-цепях, состоящих из такнх элементов, выборки напряжения берутся один раз за такт (т. е. либо на четном, либо на нечетном интервале переключения, но не на обоих одновременно). Такие цепи имеют эквивалентные схемы с $2n$ входами, в которых одновременно открыты только n входов. При правильном соединении между собой эквивалентные схемы с $2n$ входами редуцируются к эквивалентным схемам с n входами, показанными на рис. 25.

Имеется другой тип элементарных *SC*-цепей, в которых четные и нечетные компоненты дискретизированного сигнала идентичны. Такие элементы имеют четно-нечетную

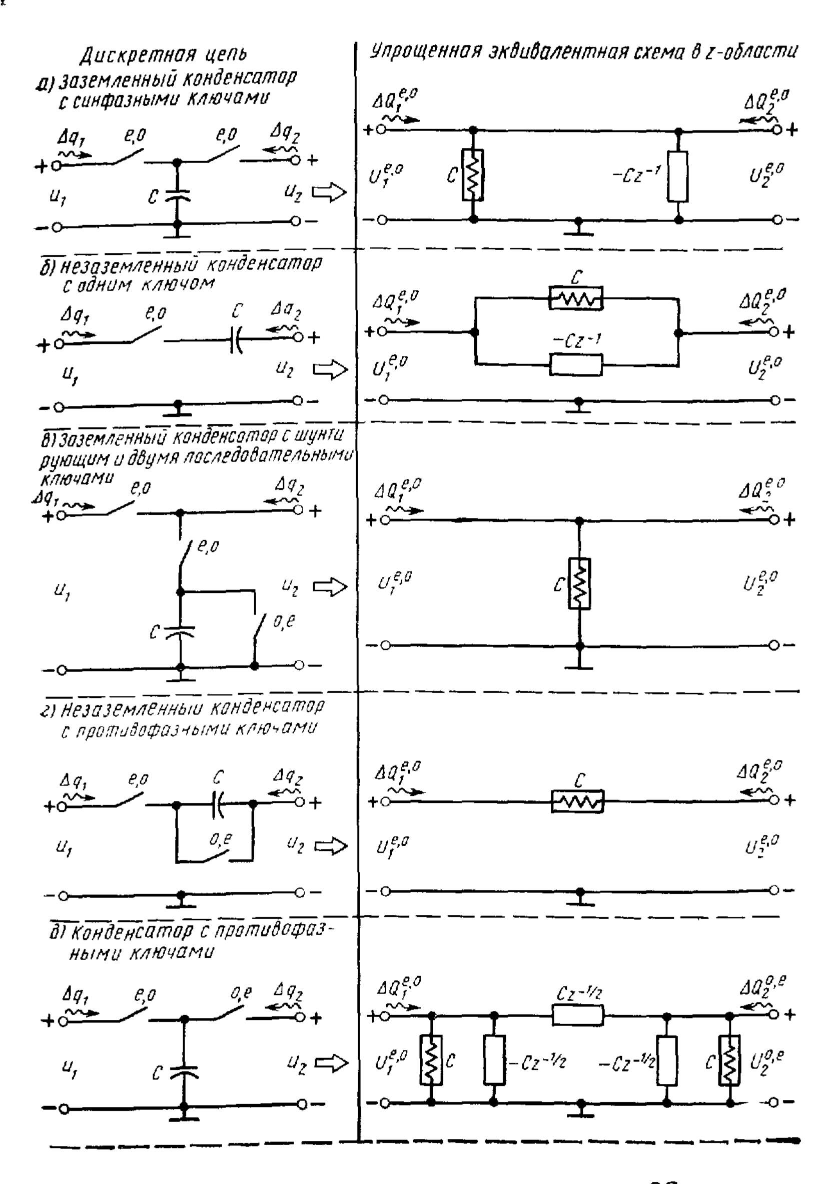


Рис. 25. Библиотека упрощенных эквивалентиых схем SC-элементов в z-области [12]

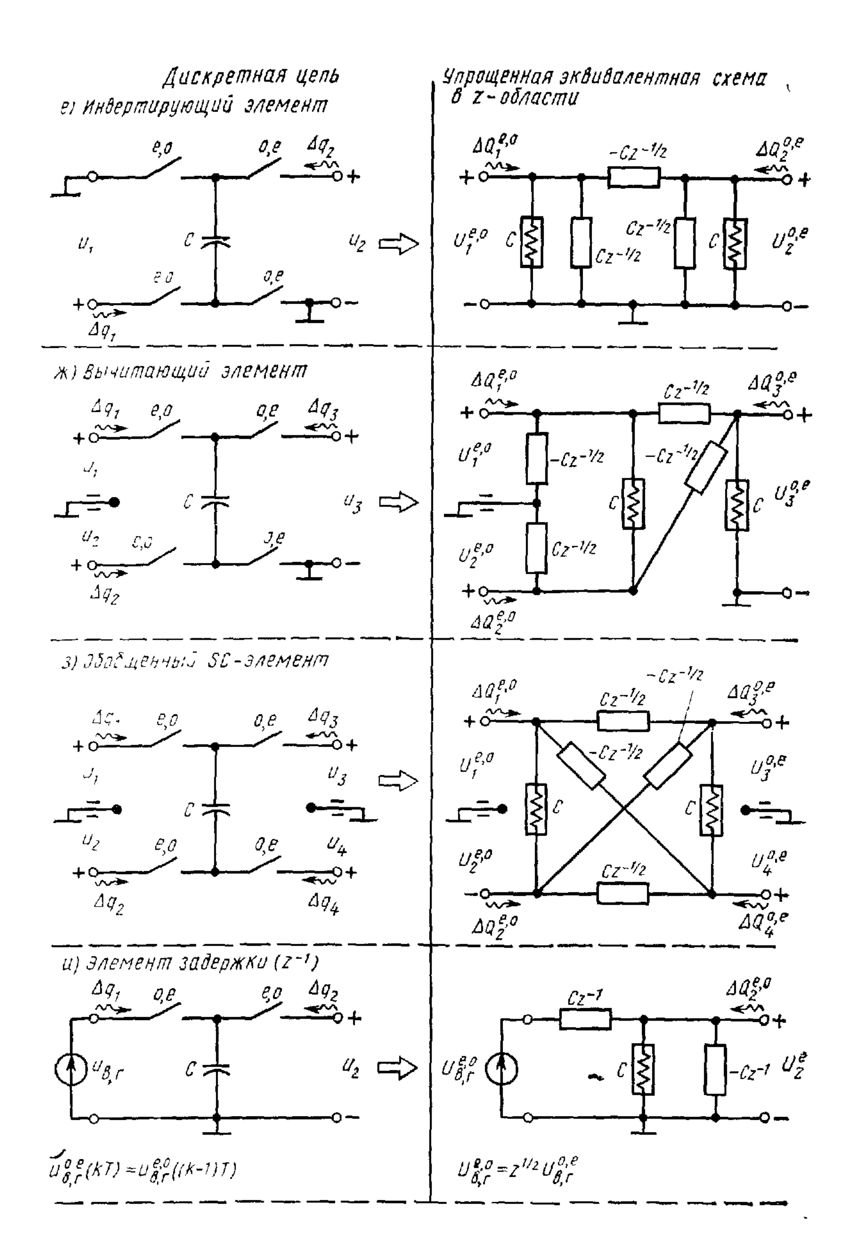


Рис. 25. (*Продолжение*)

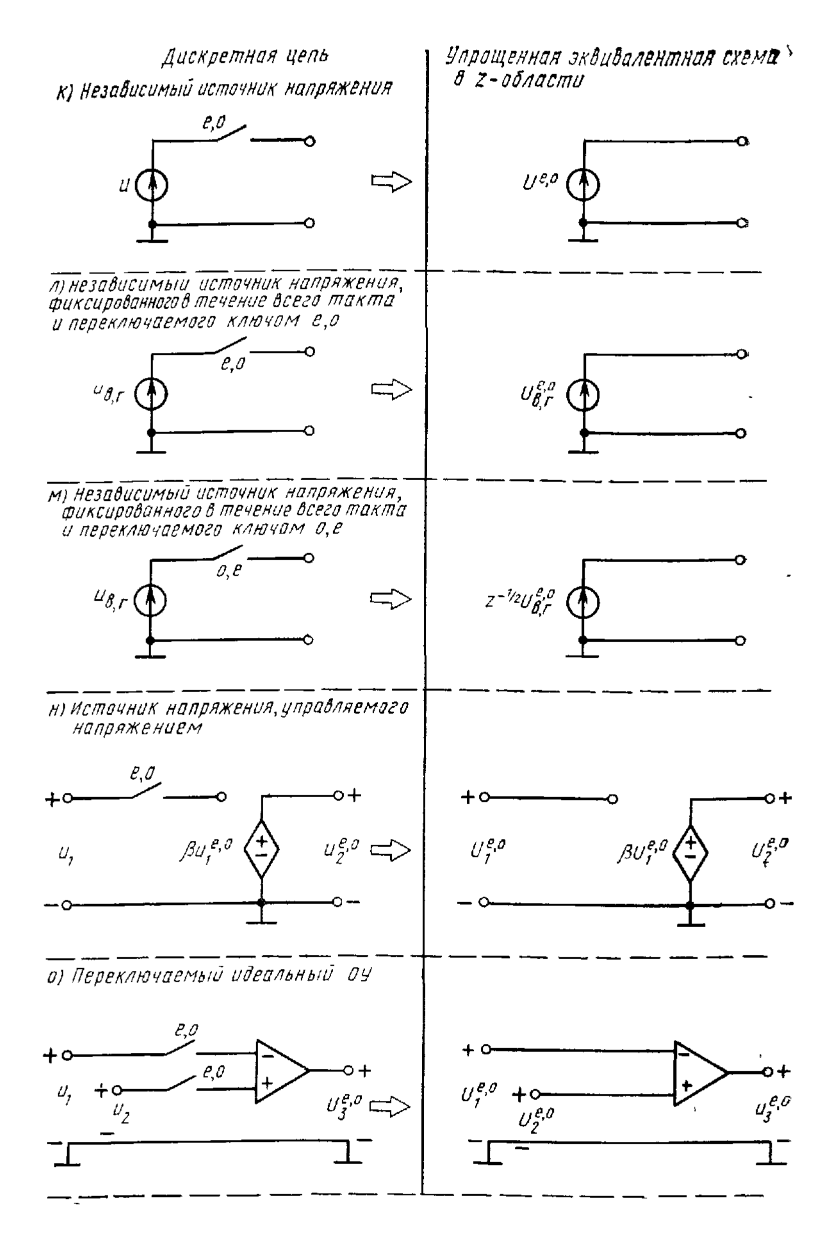
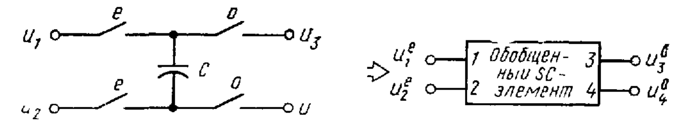
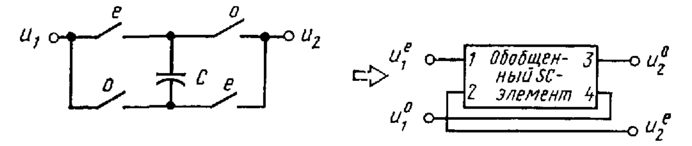
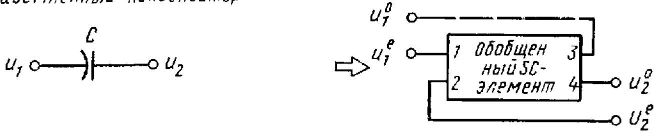
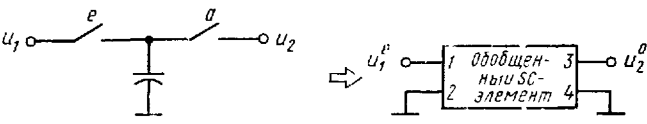


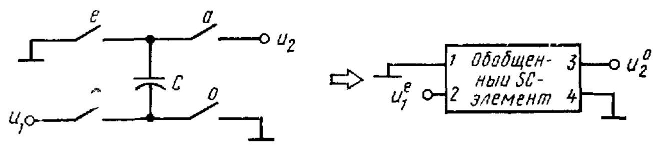
Рис 25. (*Окончание*)











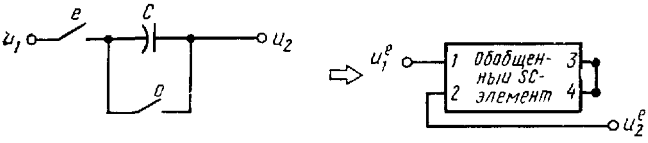


Рис. 26. Моделирование *SC*-элементов с помощью переключения зажимов обобщенного *SC*-элемента

симметрию. В связи с тем, что выборки напряжения на их зажимах берутся в течение каждой половины такта (т. е. в течение четных и нечетных интервалов), эквивалентная схема с четырьмя входами редуцируется к простой схеме с двумя входами, как будет показано на рис. 29.

3.1. ПОЛНЫЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ТИПОВЫХ *SC*-ЭЛЕМЕНТОВ

В настоящем разделе получены эквивалентные схемы нескольких *SC*-элементов на рис. 24. Они получены с помощью *z*-преобразования уравнений узловых зарядов, составляемых по схеме *SC*-цепи. Как отмечено в гл. 2, уравнения узловых зарядов записываются отдельно для каждой фазы работы ключей. Поэтому *SC*-элемент с n входами описывается $2n$ уравнениями узловых зарядов. Искомую эквивалентную схему в *z*-области с $2n$ входами найдем непосредственно из этих уравнений. Эквивалентная схема сложной *SC*-цепи образуется соединением эквивалентных схем соответствующих элементов. Для краткости приведем выкладки только для элементов, изображенных на рис. 24 (*б—е*, *м*). После получения их эквивалентных схем адекватность остальных эквивалентных схем можно установить самостоятельно. Для независимых и зависимых источников напряжения эквивалентные схемы получены непосредственно из соотношений гл. 2.

Незаземленный конденсатор. Получим эквивалентную схему незаземленного конденсатора (рис. 24,*б*) непосредственно из уравнений узловых зарядов. В этих уравнениях четные и нечетные компоненты напряжения (U^e и U^o) рассматриваются как независимые переменные, а четные и нечетные приращения заряда (ΔQ^e и ΔQ^o) как зависимые переменные. В связи с тем, что схема на рис. 24,*б* не содержит ключей, запишем сразу по аналогии с уравнениями (38) разностные уравнения узловых зарядов относительно выборочных значений напряжений $u^e{}_1$, $u^o{}_1$, $u^e{}_2$ и $u^o{}_2$, представляющих собой независимые возмущения.

Для четных моментов времени kT из (38а) получаем:

$$\Delta q_1^e(kT) = Cu_1^e(kT) - Cu_1^o[(k-1)T] -$$
$$- Cu_2^e(kT) + Cu_2^o[(k-1)T],$$
$$\Delta q_2^e(kT) = Cu_2^e(kT) - Cu_2^o[(k-1)T] -$$
$$- Cu_1^e(kT) + Cu_1^o[(k-1)T];$$

для нечетных моментов времени kT из (38б) получаем:

$$\Delta q_1^o(kT) = Cu_1^o(kT) - Cu_1^e[(k-1)T] -$$
$$- Cu_2^o(kT) + Cu_2^e[(k-1)T],$$

$$\Delta q_2^o(kT) = Cu_2^o(kT) - Cu_2^e[(k-1)T] -$$
$$- Cu_1^o(kT) + Cu_1^e[(k-1)T].$$

Применяя к уравнениям узловых зарядов z-преобразование, находим уравнения в z-области:

$$\Delta Q_1^e(z) = CU_1^e(z) - C z^{-1/2} U_1^o(z) -$$
$$- CU_2^e(z) + C z^{-1/2} U_2^o(z), \qquad (75а)$$
$$\Delta Q_2^e(z) = CU_2^e(z) - C z^{-1/2} U_2^o(z) -$$
$$- CU_1^e(z) + C z^{-1/2} U_1^o(z), \qquad (75б)$$
$$\Delta Q_1^o(z) = CU_1^o(z) - C z^{-1/2} U_1^e(z) -$$
$$- CU_2^o(z) + C z^{-1/2} U_2^e(z), \qquad (75в)$$
$$\Delta Q_2^o(z) = CU_2^o(z) - C z^{-1/2} U_2^e(z) -$$
$$- CU_1^o(z) + C z^{-1/2} U_1^e(z), \qquad (75г)$$

где обозначено $Z\{u(kT)\} = U(z)$; $Z\{u[(k-1)T]\} = z^{-1/2}U(z)$. В дальнейшем при получении эквивалентных схем опустим составление разностных уравнений узловых зарядов. Читателям, имеющим малый опыт работы с методом z-преобразований, полезно воспроизвести эти выкладки самостоятельно. После приобретения некоторых практических навыков z-преобразования уравнений узловых зарядов для элементарных SC-цепей записываются непосредственно по принципиальной схеме.

Возможны несколько эквивалентных схем, интерпретирующих уравнения (75). Одна из них представляет собой сбалансированную мостовую схему, показанную на рис. 24,*б*. Другая, также с четырьмя входами, — несбалансированный четырехполюсник связи, на который четные и нечетные компоненты входного сигнала поступают через идеальные трансформаторы [11]. Четырехполюсник связи объединяет четные и нечетные компоненты входного сигнала в эквивалентной схеме. При интерпретации уравнений (75) в виде сбалансированной мостовой схемы трансформаторы не требуются. Далее сбалансированная мостовая схема называется сбалансированным четырехполюсником связи, а цепь Курта — Мошица [11] — несбалансированным четырехполюсником связи. Обе эти схемы эк-

вивалентны и справедливы при подключении любых нагрузок к их зажимам.

Конденсатор C, **переключаемый двумя ключами**, замыкаемыми в противофазе (противофазные ключи, рис. 24,*в*) [15], заряжается напряжением u_1 только в четные (нечетные) моменты времени и заряжается напряжением u_2 только в нечетные (четные) моменты времени kT. В моменты времени, когда ключи разомкнуты, конденсатор не подключен к соответствующему входу и приращение заряда $\Delta Q=0$. Исходя из этих соображений запишем уравнения узловых зарядов:

$$\Delta Q_1^{e,o}(z)=CU_1^{e,o}(z)-C\,z^{-1/2}\,U_2^{o,e}(z), \qquad (76а)$$

$$\Delta Q_2^{e,o}(z)=0, \qquad (76б)$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z)=0, \qquad (76в)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z)=CU_2^{o,e}(z)-C\,z^{-1/2}\,U_1^{e,o}(z). \qquad (76г)$$

Напомним, что верхние индексы *e*, *o* обозначают четные или нечетные (но не оба одновременно) компоненты переменных, а обратная последовательность индексов *o*, *e* — нечетные или четные компоненты. Непосредственно по этим уравнениям сконструируем эквивалентную схему с четырьмя входами, изображенную на рис. 24,*в*. Заметим, что входы 1-*o*, *e* и 2*e*, *o* всегда разомкнуты, поэтому через них заряд не передается. Это свойство присуще всем *SC*-элементам с противофазными ключами (см., например, эквивалентные схемы на рис. 24,*г* и *д*).

Инвертирующий элемент [9], схема которого показана на рис. 24,*г*, аналогичен элементу, схема которого приведена на рис. 24,*в*, с тем отличием, что при передаче заряда с первого входа на второй напряжение инвертируется. Этот процесс описывается следующей системой уравнений узловых зарядов:

$$\Delta Q_1^{e,o}(z)=CU_1^{e,o}(z)+C\,z^{-1/2}\,U_2^{o,e}(z), \qquad (77а)$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z)=0, \qquad (77б)$$

$$\Delta Q_2^{e,o}(z)=0, \qquad (77в)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z)=CU_2^{o,e}(z)+C\,z^{-1/2}\,U_1^{e,o}(z). \qquad (77г)$$

Эти уравнения легко интерпретируются с помощью эквивалентной схемы с четырьмя входами, показанной на рис. 24,*г*. Заметим, что входы 1-*e*, *o* и 2-*o*, *e* соединены с помощью неуравновешенного четырехполюсника связи, в

котором весовые множители всех элементов памяти $Cz^{-1/2}$ предварительно умножены на —1.

Вычитающий элемент [9]. В вычитающем звене, показанном на рис. 24,*д*, заряд конденсатора *C* в течение интервалов времени *e*, *o* определяется разностью напряжений $u_1^{e,o}(kT)-u_2^{e,o}(kT)$. Когда замкнуты ключи *o*, *e*, разностное напряжение непосредственно подключается к выходу *3*. Эти процессы описываются следующими уравнениями узловых зарядов:

$$\Delta Q_1^{e,o}(z)=CU_1^{e,o}(z)-CU_2^{e,o}(z)-C\,z^{-1/2}\,U_3^{o,e}(z), \qquad (78а)$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z)=0, \qquad (78б)$$

$$\Delta Q_2^{e,o}(z)=CU_2^{e,o}(z)-CU_1^{e,o}(z)+C\,z^{-1/2}\,U_3^{o,e}(z), \qquad (78в)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z)=0, \qquad (78г)$$

$$\Delta Q_3^{e,o}(z)=0, \qquad (78д)$$

$$\Delta Q_3^{o,e}(z)=CU_3^{o,e}(z)-C\,z^{-1/2}\,U_1^{e,o}(z)+C\,z^{-1/2}\,U_2^{e,o}(z). \qquad (78е)$$

Эквивалентная схема с шестью входами, соответствующая этим уравнениям, показана на рис. 24,*д*. Заметим, что три из шести входов постоянно разомкнуты. В этой эквивалентной схеме два передающих пути *e*, *o* объединяются с единственным передающим путем *o*, *e* посредством операции вычитания.

Заземленный конденсатор, переключаемый синфазно (рис. 24,*е*) весьма часто применяется в *SC*-цепях, особенно в фильтрах типа ФНЧ. Обычно его подключают параллельно заземленному конденсатору, изображенному на рис. 24,*а*. Уравнения узловых зарядов для этого элемента записываются в виде

$$\Delta Q^{e,o}(z)=C\,(1-z^{-1})\,U^{e,o}(z), \qquad (79а)$$

$$\Delta Q^{e,o}(z)=\Delta Q_1^{e,o}(z)+\Delta Q_2^{e,o}(z), \qquad (79б)$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z)=0, \qquad (79в)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z)=0, \qquad (79г)$$

где $U^{e,o}(z)=U_1^{e,o}(z)=U_2^{e,o}(z)$. Следует заметить, что уравнения (79) можно получить из эквивалентной схемы заземленного конденсатора, приведенной на рис. 24,*а*, полагая $\Delta Q_1^{o,e}=\Delta Q_2^{o,e}=0$, откуда вытекает равенство $U^{o,e}(z)=z^{-1/2}U^{e,o}(z)$. Для рассматриваемого элемента (рис. 24,*е*) $U^{o,e}(z)$ представляет собой напряжение, которое запоминается конденсатором *C*, причем оно никак не зависит от напряжений на входах $U_1^{o,e}$ и $U_2^{o,e}$. Как отмечено

в разд. 2.3, этим свойством обладает устройство выборки и запоминания с фиксацией напряжения в течение всего такта.

Эквивалентная схема с четырьмя входами, составленная по уравнениям (79а)—(79г), показана на рис. 24,*е*, два ее входа всегда разомкнуты. Эквивалентную схему незаземленного конденсатора на рис. 24,*ж* можно получить упрощением рассмотренной ранее эквивалентной схемы заземленного конденсатора. Эти два элемента встречаются в сложных SC-цепях довольно часто, поэтому их выделение в составе цепи и замена эквивалентными схемами существенно упрощает анализ. Заметим также, что эквивалентные схемы на рис. 24,*е*,*ж*, содержат полные проводимости конденсаторов, равные $y=\Delta Q/U=C(1-Z^{-1})$, что совпадает с данными табл. 3. Далее станет ясно, что эти эквивалентные схемы можно также получить с помощью z-преобразований проводимости конденсатора методами прямой и обратной разностей. Приведенное выражение для проводимости конденсатора справедливо только для интервалов времени, в течение которых ключи замкнуты. Когда же ключи разомкнуты, то $\Delta Q=0$, и, следовательно, проводимость $y=0$.

Заземленный конденсатор с шунтирующим и двумя последовательными ключами, показанный на рис. 24,*м*, функционирует аналогично SC-элементу на рис. 24, *и* с той лишь разницей, что конденсатор C разряжается, будучи полностью отключенным от внешней цепи. Поэтому закорачиваемый конденсатор не нагружает внешнюю цепь. Эквивалентная схема на рис. 24,*м* вытекает из следующих уравнений узловых зарядов:

$$\Delta Q^{e,o}(z)=CU^{e,o}(z), \quad (80а$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z)=0, \quad (80б)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z)=0, \quad (80в)$$

где

$$\Delta Q^{e,o}(z)=\Delta Q_1^{e,o}(z)+\Delta Q_2^{e,o}(z),$$

$$U^{e,o}(z)=U_1^{e,o}(z)=U_2^{e,o}(z).$$

Этот SC-элемент не имеет памяти; на интервалах времени o, e, когда конденсатор C разряжается, он представляет собой разомкнутую цепь, а на интервалах времени e, o эквивалентен резистору. В SC-цепях, в которых требуется передавать сигнал в течение одной фазы работы ключа, этот элемент с успехом выполняет функции рези-

стора с проводимостью $y=\Delta Q/U=C$. Сравнивая эту проводимость с преобразованной методом обратной разности проводимостью резистора из табл. 3, видим, что

$$y=C=G\tau=\tau/R, \tag{81}$$

т. е. сопротивление эквивалентного резистора определяется как

$$R=\tau/C=1/(Cf_s). \tag{82}$$

Это выражение для сопротивления эквивалентного резистора хорошо известно, оно часто цитируется в литературе. Выражения (80), описывающие эквивалентный резистор, фактически получены с помощью метода обратной разности (53а). Поэтому соотношение (82) приближенное, его точность определяется точностью аппроксимации z-преобразования производной первого порядка d/dt с помощью выражения $s=(1-z^{-1})/\tau$. Как видно из рис. 21,*а*, эта аппроксимация достаточно точна только при высокой частоте дискретизации, когда $\omega\tau\ll 1$ (или в z-плоскости, когда $z\approx 1$). Эти же соображения справедливы для эквивалентов катушки и элемента с частотно-зависимым отрицательным сопротивлением, полученных методом обратной разности (см. табл. 3).

Схемы SC-элементов на рис. 24,*р* и *с* представляют собой прямое обобщение схем на рис. 24,*м* и *н*. Эквивалентные схемы этих элементов представляют собой резисторы, имеющие разные сопротивления для четных и нечетных интервалов переключения. Элементы такого типа позволяют использовать принцип разделения во времени, чтобы получить цепи, обладающие разными свойствами в течение четных и нечетных интервалов переключения.

На этом закончим обзор эквивалентных схем на рис. 24. Эквивалентные схемы остальных SC-элементов читатель может получить самостоятельно.

3.2. УПРОЩЕННЫЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ SC-ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА ВЫБОРКИ НАПРЯЖЕНИЯ НА ВХОДЕ БЕРУТСЯ ОДИН РАЗ В ТЕЧЕНИЕ ТАКТА

В разд. 3.1 отмечено, что в ряде эквивалентных схем с четырьмя входами два входа разомкнуты. Очевидно, что любые сигналы, подводимые к разомкнутым входам, далее не обрабатываются и не передаются. Поэтому фильтрация и передача сигнала в подобных SC-цепях возмож-

на только при таком фазировании ключей, которое при соединении звеньев обеспечивает путь для прохождения сигнала от входа до выхода. При таком соединении звеньев из их эквивалентных схем можно удалить разомкнутые входы. В сложных *SC*-цепях подобные элементы целесообразно выделять для упрощения эквивалентных схем. В более общем случае эквивалентная схема с $2n$ входами редуцируется к эквивалентной схеме с n входами. На рис. 25 приведены упрощенные варианты эквивалентных схем, изображенных на рис. 24. Многие сложные *SC*-цепи можно смоделировать только с помощью упрощенных эквивалентных схем. Анализ *SC*-цепей, состоящих из элементов рассматриваемого класса, не сложнее анализа непрерывных (линейных) инвариантных во времени цепей. С помощью элементов, схемы которых приведены на рис. 25, можно реализовать все необходимые функции цепей, поэтому далее для реализации передаточной функции фильтра применяем только эти звенья. Такое ограничение при небольшой потере общности позволяет разработать эффективную процедуру синтеза *SC*-цепей в z-области.

В дополнение к упрощенным схемам звеньев на рис. 24 на рис. 25,*з*,*и* приведены эквивалентные схемы двух дополнительных типовых звеньев. Обсудим кратко каждое из них.

Обобщенный *SC*-элемент [12]. На рис. 25,*з* изображен обобщенный *SC*-элемент с четырьмя входами, в котором незаземленный конденсатор переключается противофазными ключами. Эквивалентные схемы других *SC*-элементов с противофазными ключами (см., например, схемы на рис. 24,*в* — *д*) можно получить из эквивалентной схемы на рис. 25,*з* заземлением одного или нескольких входов. Уравнения узловых зарядов для обобщенного *SC*-элемента запишем в виде

$$\Delta Q_1^{e,o}(z) = CU_1^{e,o}(z) - CU_2^{e,o}(z) - $$
$$- C z^{-1/2} U_3^{o,e}(z) + C z^{-1/2} U_4^{o,e}(z), \qquad (83а)$$

$$\Delta Q_1^{o,e}(z) = 0, \qquad (83б)$$

$$\Delta Q_2^{e,o}(z) = CU_2^{e,o}(z) - CU_1^{e,o}(z) - $$
$$- C z^{-1/2} U_4^{o,e}(z) + C z^{-1/2} U_3^{o,e}(z), \qquad (83в)$$

$$\Delta Q_2^{o,e}(z) = 0, \qquad (83г)$$

$$\Delta Q_3^{e,o}(z) = 0, \qquad (83д)$$

$$\Delta Q_3^{o,e}(z) = CU_3^{o,e}(z) - CU_4^{o,e}(z) -$$
$$- C z^{-1/2} U_1^{e,o}(z) + C z^{-1/2} U_2^{e,o}(z), \qquad (83е)$$
$$\Delta Q_4^{e,o}(z) = 0, \qquad (83ж)$$
$$\Delta Q_4^{o,e}(z) = CU_4^{o,e}(z) - CU_3^{o,e}(z) -$$
$$- C z^{-1/2} U_2^{e,o}(z) + C z^{-1/2} U_1^{e,o}(z). \qquad (83з)$$

В общем случае уравнения (83) описывают эквивалентную схему с восемью входами, из которых четыре входа разомкнуты, как показано на рис. 24,*п*. Более полезна упрощенная эквивалентная схема на рис. 25,*з*, имеющая четыре входа; она получена удалением из общей эквивалентной схемы разомкнутых входов.

Сопоставление эквивалентных схем на рис. 24,*б* и 25,*з* показывает, что четыре входа эквивалентной схемы обобщенного элемента соединены попарно с помощью сбалансированного четырехполюсника связи, сдвигающего фазу на 90°. Действительно, если в эквивалентной схеме обобщенного элемента зажимы *1* и *3* рассматривать как входные, а зажимы *2* и *4* как выходные, то получим эквивалентную схему незаземленного конденсатора на рис. 24,*б*. Если же зажимы *2* и *3* заземлить, то получим эквивалентную схему заземленного конденсатора на рис. 24,*а*. Все звенья, в которых конденсатор коммутируется противофазными ключами (на рис. 25,*д* — *ж*), можно легко получить из схемы обобщенного элемента (рис. 25,*з*). Например, если зажимы *2* и *4* заземлены, обобщенный элемент преобразуется в схему конденсатора с противофазными ключами (рис. 25,*д*). Аналогично инвертирующий элемент на рис. 25,*е* получается при заземлении зажимов *1* и *4*. Итак, соответствующим переключением зажимов обобщенного элемента можно получить эквивалентную схему любого из указанных на рис. 24, 25 *SC*-элемента, содержащего один конденсатор. Примеры необходимого при этом переключения зажимов приведены на рис. 26.

Элемент задержки. Задержка сигнала на такт может быть получена при возбуждении *SC*-элемента, переключаемого противофазными ключами, от схемы выборки и запоминания с фиксацией напряжения в течение всего такта. Пример такого элемента приведен на рис. 25,*и*. Напряжение $u_{в,г}(t)$ принимает значения $u^{e,o}_{в,г}$ в те моменты времени, когда ключ *о*, *е* разомкнут, при этом заряд конденсатора *С* остается неизменным. Через полтакта, когда ключ *о*, *е* замыкается, конденсатор *С* получает заряд $Cu^{e,o}_{в,г}$. Еще через полтакта размыкается ключ *о*, *е*, а ключ *е*, *о* замы-

кается и напряжение $u^{e,o}_{в,г}$ появляется на выходе с задержкой на такт. Очевидно, что если синхронизировать изменение значения входного напряжения с моментом замыкания ключа *о*, *е*, то длительность задержки станет равной половине такта. Цепь на рис. 25,*и* может быть смоделирована согласно эквивалентной схеме на рис. 27. Записав уравнение для заряда в узле *2*, получаем соотношение

$$CU_2^{e,o}(z)=C\,z^{-1/2}\,[z^{-1/2}\,U_{в,г}^{e,o}(z)]=C\,z^{-1}\,U_{в,г}^{e,o}(z). \qquad (84)$$

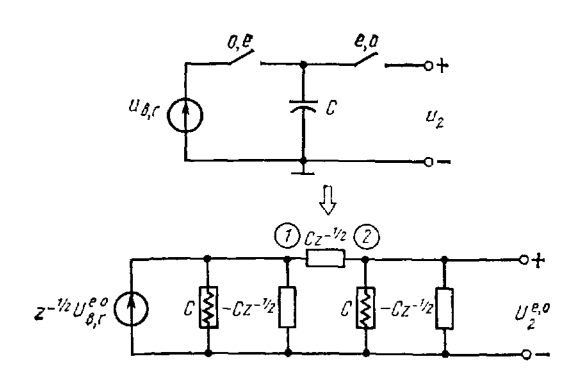


Рис. 27. Элемент задержки

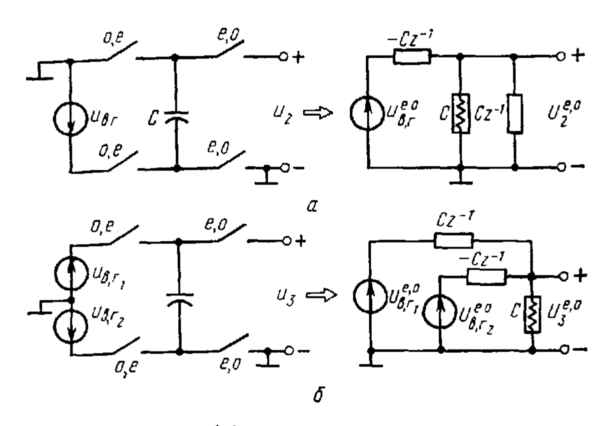


Рис 28. Инвертирующий (*а*) и вычитающий элементы (*б*), возбуждаемые от схемы выборки и запоминания с фиксацией напряжения на такт

Эквивалентная схема на рис. 25,*и* наглядно интерпретирует это соотношение. Подобные эквивалентные схемы могут быть получены для инвертирующего и вычитающего устройств, как показано на рис. 28,*а*, *б* соответственно. За-

держка на такт достигается также при возбуждении SC-элемента с противофазными ключами (рис. 25,*и*) от интегратора на операционном усилителе.

3.3. УПРОЩЕННЫЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ SC-ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА ВЫБОРКИ ВХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ БЕРУТСЯ ДВАЖДЫ В ТЕЧЕНИЕ ТАКТА

На рис. 24 приведены схемы двух элементов (заземленный и незаземленный конденсаторы), эквивалентные схемы которых обладают симметрией, т. е. в них пути прохождения четных и нечетных компонентов сигнала идентичны. Элементы такого типа интересны тем, что благодаря симметрии эквивалентных схем они инвариантны во времени. При построении SC-фильтров из этих элементов они также будут инвариантны во времени.

Непереключаемый конденсатор. Свойствами симметрии эквивалентных схем обладают как заземленный, так и незаземленный непереключаемый конденсатор. Для иллюстрации этого свойства рассмотрим незаземленный конденсатор (рис. 24,*б*), описываемый уравнениями узловых зарядов (75). Перепишем их для удобства ссылок:

$$\Delta Q_1^e(z) = CU_1^e(z) - C z^{-1/2} U_1^o(z) - CU_2^e(z) + \\ + C z^{-1/2} U_2^o(z), \qquad (85а)$$

$$\Delta Q_1^o(z) = CU_1^o(z) - C z^{-1/2} U_1^e(z) - CU_2^o(z) + \\ + C z^{-1/2} U_2^e(z), \qquad (85б)$$

$$\Delta Q_2^e(z) = CU_2^e(z) - C z^{-1/2} U_2^o(z) - CU_1^e(z) + \\ + C z^{-1/2} U_1^o(z), \qquad (85в)$$

$$\Delta Q_2^o(z) = CU_2^o(z) - C z^{-1/2} U_2^e(z) - CU_1^o(z) + \\ + C z^{-1/2} U_1^e(z). \qquad (85г)$$

Просуммируем уравнения (85а) с (85б) и (85в) с (85г):

$$\Delta Q_1^e(z) + \Delta Q_1^o(z) = C(1 - z^{-1/2})[U_1^e(z) + U_1^o(z)] - \\ - C(1 - z^{-1/2})[U_2^e(z) + U_2^o(z)], \qquad (86а)$$

$$\Delta Q_2^e(z) + \Delta Q_2^o(z) = C(1 - z^{-1/2})[U_2^e(z) + U_2^o(z)] - \\ - C(1 - z^{-1/2})[U_1^e(z) + U_1^o(z)]. \qquad (86б)$$

В гл. 2 показано, что

$$\Delta Q(z) = \Delta Q^e(z) + \Delta Q^o(z), \quad (87а)$$

$$U(z) = U^e(z) + U^o(z). \quad (87б)$$

Используя обозначения (87), перепишем уравнения (86) в следующей форме:

$$\Delta Q_1(z) = C(1 - z^{-1/2})\, U_1(z) - C(1 - z^{-1/2})\, U_2(z) = $$
$$= y_C(z)\, U_1(z) - y_C(z)\, U_2(z), \quad (88а)$$

$$\Delta Q_2(z) = C(1 - z^{-1/2})\, U_2(z) - C(1 - z^{-1/2})\, U_1(z) = $$
$$= y_C(z)\, U_2(z) - y_C(z)\, U_1(z), \quad (88б)$$

где

$$y_C = C(1 - z^{-1/2}). \quad (89)$$

Наличие члена $z^{-1/2}$ в выражении (89) показывает, что частота взятия выборок вдвое выше тактовой частоты. Выражение (89) можно преобразовать к форме, приведенной в табл. 3, введя переменную $\hat{z} = e^{s\tau/2}$:

$$y_C = C(1 - \hat{z}^{-1}). \quad (90)$$

Эквивалентные схемы заземленного и незаземленного конденсаторов для случая, когда заряд на конденсаторе обновляется дважды за такт, приведены на рис. 29,*а*,*б*.

Заметим, что эквивалентные схемы на рис. 29,*а* и *б* можно использовать только в комбинации с другими эквивалентными схемами, обладающими такой же симметрией. На рис. 24 приведена схема еще одного такого звена — билинейного резистора.

Билинейный резистор [18]. Составим необходимые уравнения для незаземленного билинейного резистора (уравнения для заземленного билинейного резистора выводятся аналогично). Элемент на рис. 29,*г* описывается следующими уравнениями узловых зарядов:

$$\Delta Q_1^e(z) = CU_1^e(z) + C z^{-1/2} U_1^o(z) - CU_2^e(z) - C z^{-1/2} U_2^o(z), \quad (91а)$$

$$\Delta Q_1^o(z) = CU_1^o(z) + C z^{-1/2} U_1^e(z) - CU_2^o(z) - C z^{-1/2} U_2^e(z), \quad (91б)$$

$$\Delta Q_2^e(z) = CU_2^e(z) + C z^{-1/2} U_2^o(z) - CU_1^e(z) - C z^{-1/2} U_1^o(z), \quad (91в)$$

$$\Delta Q_2^o(z) = CU_2^o(z) + C z^{-1/2} U_2^e(z) - CU_1^o(z) - C z^{-1/2} U_1^e(z). \quad (91г)$$

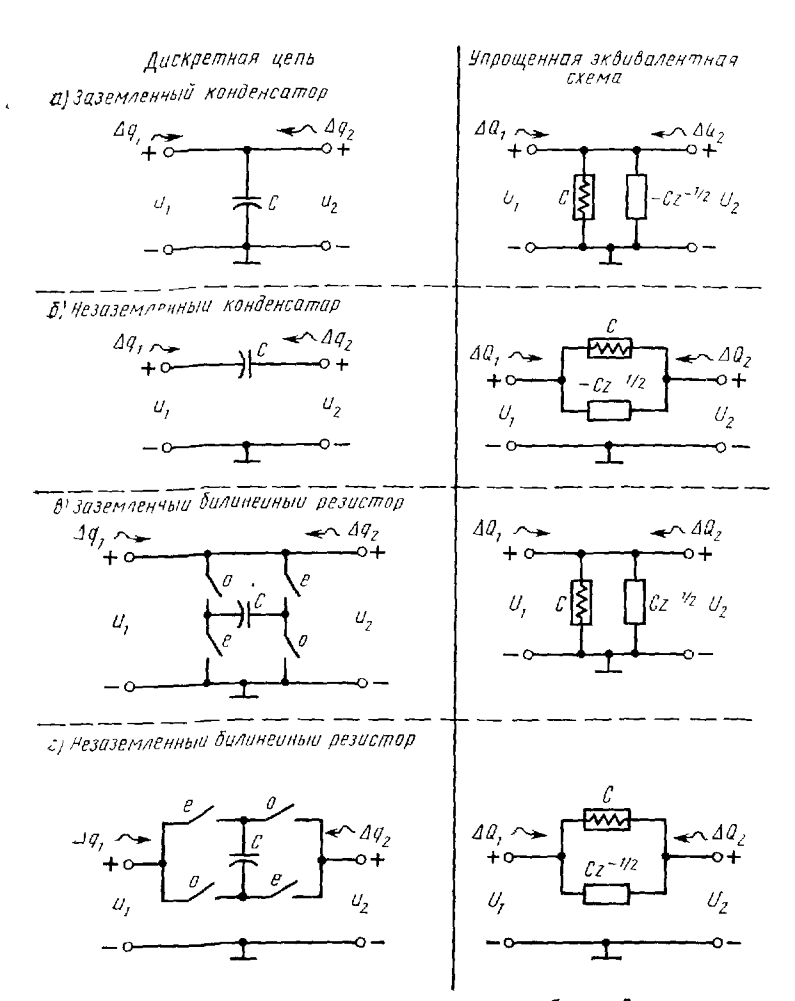


Рис 29. Эквивалентные схемы конденсатора и билинейного резистора в случае, когда заряд на конденсаторе обновляется дважды за такт

Суммируя уравнения (91б), (91г) с уравнениями (91а), (91в) соответственно и приводя подобные члены с учетом обозначений (87), получаем уравнения:

$$\Delta Q_1(z) = C(1+z^{-1/2})U_1(z) - C(1+z^{-1/2})U_2(z) = y_R(z)U_1(z) - y_R(z)U_2(z), \tag{92а}$$

$$\Delta Q_2(z) = C(1+z^{-1/2})U_2(z) - C(1+z^{-1/2})U_1(z) = y_R(z)U_2(z) - y_R(z)U_1(z). \tag{92б}$$

Отсюда при $z=e^{s\tau}$ имеем

$$y_R = C\,(1+z^{-1/2}), \tag{93а}$$

а при $\hat{z}=e^{s\tau/2}$

$$y_R = C\,(1+\hat{z}^{-1}). \tag{93б}$$

Сравнивая выражение (93б) с выражением для сопротивления эквивалентного резистора в табл. 3, видим, что билинейный эквивалентный резистор в точности реализован SC-элементами, схемы которых приведены на рис. 29,*в*,*г*. Приводя выражение (93б) к выражению для сопротивления эквивалентного резистора в табл. 3, получаем эквивалентное сопротивление

$$R=\tau/(2C),$$

где τ — период дискретизации, равный длительности такта. В рассматриваемых цепях выборки берутся дважды за такт, поэтому сопротивление эквивалентного резистора уменьшается в два раза:

$$R=\tau/(4C). \tag{94}$$

Эквивалентные схемы заземленного и незаземленного билинейных резисторов изображены на рис. 29,*в*,*г*, они достаточно простые и не требуют комментариев.

Обратим особое внимание на то обстоятельство, что простые эквивалентные схемы на рис. 29 могут использоваться при моделировании SC-цепей, состоящих только из SC-элементов, обладающих свойством симметрии. Цепи смешанного типа приходится моделировать с помощью эквивалентных схем общего вида с четырьмя входами, показанных на рис. 24,*б*, *о*.

На этом завершим обсуждение эквивалентных схем элементарных SC-цепей в z-области. В последующих главах приведем примеры пассивных и активных SC-цепей. Эти примеры демонстрируют применение эквивалентных схем, полученных в данной главе, и иллюстрируют интересные и полезные схемные решения.

4. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ SC-ЦЕПЕЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В этой главе рассмотрено применение эквивалентных схем, введенных в гл. 3 для анализа нескольких пассивных и активных SC-цепей первого порядка. Проработав этот материал, читатель получит навыки, необходи-

мые для использования эквивалентных схем при разработке активных SC-цепей высокого порядка. В последующих главах простые SC-цепи первого порядка будут использованы для синтеза фильтров второго и более высокого порядков.

4.1. ПАССИВНЫЕ SC-ЦЕПИ

Рассмотрим пассивные SC-цепи с одним действительным полюсом передачи. Для их анализа с помощью эквивалентных схем на рис. 24, 25, 29 требуется задать вид входного сигнала и интервалы наблюдения (четные или нечетные) выходного сигнала, как это показано на рис. 16, 17. Как будет показано далее, такой анализ позволяет вскрыть ряд интересных свойств, неочевидных при начальном рассмотрении SC-цепи.

ФНЧ-цепь первого порядка. Сначала рассмотрим простую ФНЧ-схему первого порядка, показанную на рис. 30,*а*.

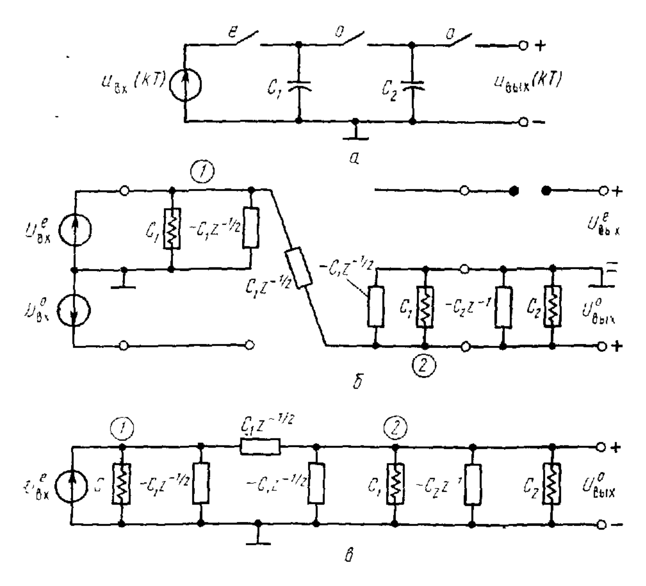


Рис. 30. «Пассивная» SC-цепь ФНЧ-типа с одним полюсом передачи

Ее эквивалентную схему в z-области можно получить простым каскадированием эквивалентных схем на рис. 24,*в*,*е*, как это показано на рис. 30,*б*. Очевидно, что схему на рис. 30,*б* можно упростить и привести к виду, показанному на рис. 30,*в*. Эту эквивалентную схему также можно полу-

чить непосредственно каскадированием упрощенных эквивалентных схем на рис. 25,*а*,*д*. Записывая единственное уравнение узловых зарядов для узла 2

$$[C_1 - C_1 z^{-1/2} + C_1 z^{-1/2} + C_2 - C_2 z^{-1}]\, U^o_{\text{вых}}(z) = \\ = C_1 z^{-1/2} U^e_{\text{вх}}(z), \qquad (95)$$

получаем известную передаточную функцию ФНЧ-типа в z-области

$$H_3(z) = \frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = \frac{C_1 z^{-1/2}}{C_1 + C_2 - C_2 z^{-1}}. \qquad (96а)$$

Расположение нулей и полюсов этого выражения в z-плоскости показано на рис. 31,*а*. Заметим, что на этой и последующих картах нулей и полюсов задержка на половину

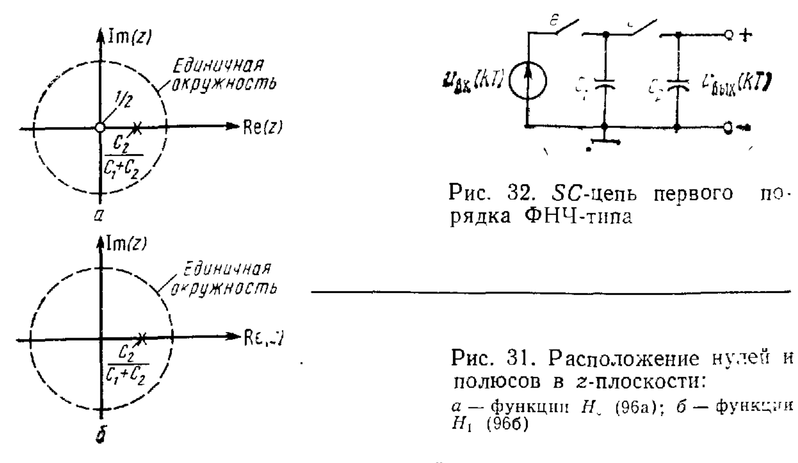


Рис. 32. SC-цепь первого порядка ФНЧ-типа

Рис. 31. Расположение нулей и полюсов в z-плоскости:

а — функции H_3 (96а); *б* — функции H_1 (96б)

такта обозначена нулем на действительной оси со значком 1/2. Сравнивая (96а) с приближенным выражением передаточной функции демпфированного ПДС-интегратора (71), получаем, что при $\tau p = C_1/C_2$ эти функции идентичны.

Заметим, что из-за принятого фазирования ключей компоненты $U^o_{\text{вх}}$ и $U^e_{\text{вх}}$ отсутствуют в модели на рис. 30,*в*. Исключив выходной «нечетный» ключ, как показано на рис. 32, можно восстановить сигнал $U_{\text{вых}}$ по четному компоненту $U^e_{\text{вых}}$. В результате анализа этой цепи (см. задачу 15) получаем $U^e_{\text{вых}}(z) = z^{-1/2} U^o_{\text{вых}}(z)$ или

$$H_1(z) = \frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = z^{-1/2} H_3(z) = \frac{C_1 z^{-1}}{C_1 + C_2 - C_2 z^{-1}}. \qquad (96б)$$

На рис. 31, *б* это выражение представлено в *z*-плоскости. Сравнивая (96б) с результатами, представленными в табл. 2, нетрудно убедиться, что это выражение при $\tau p = C_1/C_2$ представляет передаточную функцию демпфированного ПР-интегратора.

Чтобы продемонстрировать важность выражений (96), вернемся к рассмотрению во временно́й области. Предположим, что $u_{вх}$ — низкочастотный синусоидальный дискретизированный сигнал, форма которого показана на рис. 33,*а*. На этом рисунке частота дискретизации выбрана достаточно низкой для более наглядного представления структуры сигнала. Точками показаны выборки сигналов в моменты времени $t=kT$; через них проходит ступенчатая линия, представляющая сигнал на выходе устройства выборки и запоминания. Заметим, что этот сигнал имеет такую же форму, что и $u(t)$ на рис. 16. При частоте сигнала $u_{вх}$, намного меньшей частот среза передаточных функций H_1 и H_3, напряжения $u^e_{вых}(t)$ и $u^o_{вых}(t)$ имеют вид, показанный на рис. 33,*б*, *в*. Для получения этих зависимостей использованы четные выборочные значения $u_{вх}$, коэффициент усиления постоянного напряжения, как следует из (96) при $z=1$, равен единице, форма компонентов $u^e(t)$ и $u^o(t)$ задана на рис. 16. Выходное напряжение $u_{вых}(t)$ получим, просуммировав его четный и нечетный компоненты, один период этого напряжения показан на рис. 33,*г*. Такое напряжение можно наблюдать на экране осциллографа при экспериментальном исследовании цепи, показанной на

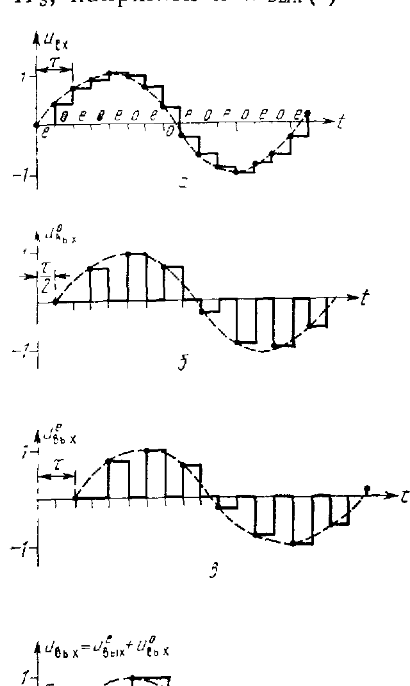


Рис. 33 Форма напряжений в *SC*-цепи первого порядка на рис. 32 при гармоническом сигнале. Частота входного сигнала находится в полосе пропускания цепи

рис. 32. Напряжения $u^e_{вых}$ и $u^o_{вых}$ являются математическими абстракциями и не могут быть исследованы экспериментально. Выходное напряжение цепи на рис. 30,*а* можно получить в виде, аналогичном изображенному на рис. 33,*г*, если ее выход зашунтировать конденсатором небольшой емкости, как это сделано в схеме на рис. 19,*а*.

Из этого примера ясно, что при простом синусоидальном воздействии выражение для выходного напряжения во временно́й области можно найти с помощью передаточных функций для *z*-области (связывающих сигналы $u^e_{вх}$ и $u^o_{вх}$ с $u^e_{вых}$ и $u^o_{вых}$), используя определения для u^e, u^o, данные на рис. 16. Для получения большого опыта в физической интерпретации передаточных функций, найденных с помощью эквивалентных схем, читатель в качестве упражнений может провести аналогичные рассуждения для других элементарных цепей, рассматриваемых далее.

ФВЧ-цепь первого порядка. Простая ФВЧ-схема первого порядка, показанная на рис. 34, *а*, представляет собой довольно интересное устройство. Его необычные свойства обусловлены тем, что вход с выходом соединяется непосредственно через конденсатор (без ключей), поэтому оба компонента входного напряжения $u^e_{вх}$ и $u^o_{вх}$ определяют как четную *e*, так и нечетную *o* составляющие выходного напряжения. Сначала получим эквивалентную схему ФВЧ-цепи в *z*-области, соединив эквивалентные схемы

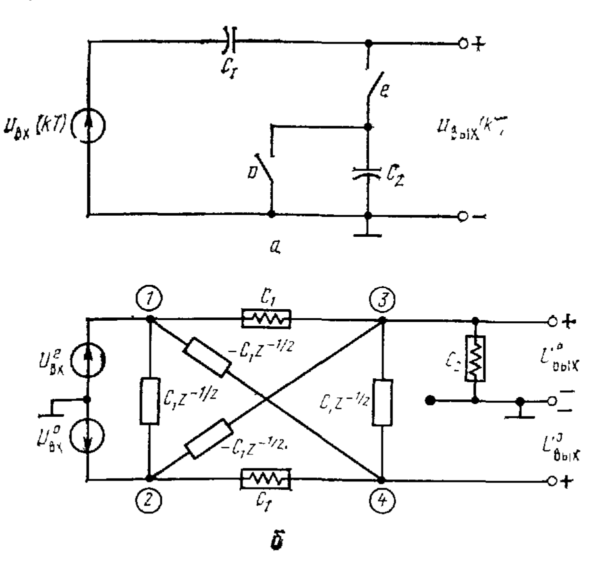


Рис. 34. «Пассивная» *SC*-цепь ФВЧ-типа с одним полюсом передачи

SC-элементов на рис. 24,*б*,*л*, как показано на рис. 34,*б*. Анализ этой схемы приводит к следующим соотношениям:

$$U^e_{\text{вых}}(z)=\frac{C_1(1-z^{-1})}{C_1+C_2-C_1z^{-1}}U^e_{\text{вх}}(z)+0\cdot U^o_{\text{вх}}(z), \qquad (97\text{а})$$

$$U^e_{\text{вых}}(z)=H_1(z)U^e_{\text{вх}}(z)+H_2(z)U^o_{\text{вх}}(z) \qquad (97\text{б})$$

(заметим, что здесь $H_2(z)=0$) и

$$U^o_{\text{вых}}(z)=-\frac{C_2z^{-1/2}}{C_1+C_2-C_1z^{-1}}U^e_{\text{вх}}(z)+U^o_{\text{вх}}(z)=$$

$$=H_3(z)U^e_{\text{вх}}(z)+H_4(z)U^o_{\text{вх}}(z). \qquad (98)$$

Отметим, что передаточная функция

$$H_1(z)=\left.\frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}\right|_{U^o_{\text{вх}}=0}=\frac{C_1(1-z^{-1})}{C_1+C_2-C_1z^{-1}} \qquad (99\text{а})$$

описывает ФВЧ первого порядка, а

$$H_3(z)=\left.\frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}\right|_{U^o_{\text{вх}}=0}=-\frac{C_2z^{-1/2}}{C_1+C_2-C_1z^{-1}} \qquad (99\text{б})$$

— инвертирующий ФНЧ первого порядка. Это наиболее интересный результат. Выражения (99) показывают, что при $U^o_{\text{вх}}=0$ (как на рис. 35,*а*) эта схема имеет свойства ФВЧ первого порядка, если выходное напряжение наблю-

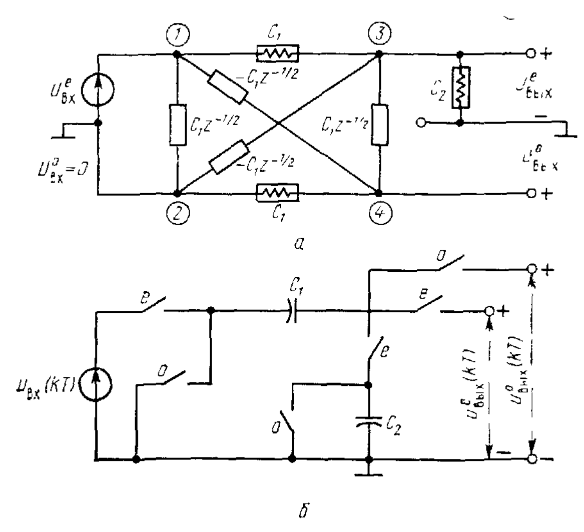
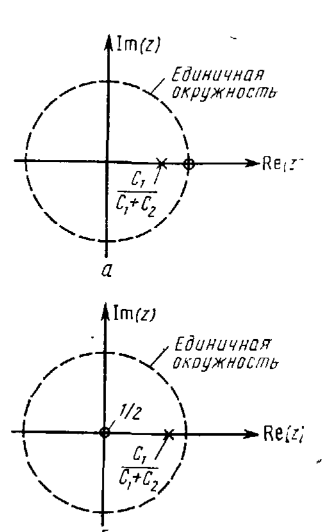


Рис. 35. «Пассивная» SC-цепь ФВЧ/ФНЧ-типа с одним полюсом передачи

Рис. 36. Расположение нулей и полюсов в z-плоскости:
а — функции H_1 (99а); *б* — функции H_3 (99б)



дать на четных интервалах, и свойства инвертирующего ФНЧ первого порядка, если выходное напряжение наблюдать на нечетных интервалах. Для практической реализации двух передаточных функций можно применить универсальную схему на рис. 35,*б*, где использован источник входного сигнала, выполненный по схеме рис. 18,*б*; он создает напряжение вида, показанного на рис. 17,*а*. Расположение нулей и полюсов передаточных функций $H_1(z)$ и $H_3(z)$ в z-плоскости показано на рис. 36.

4.2. АКТИВНЫЕ *SC*-ЦЕПИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим простейшие активные *SC*-цепи, которые широко используются в качестве составных частей сложных активных фильтров. Известно, что резонансную пассивную цепь можно реализовать с помощью многофазного переключения [15, 19]. Однако соответствующие схемы имеют сомнительную ценность для построения прецизионных *SC*-фильтров из-за множества различных по величине паразитных емкостей, обусловленных МОП-технологией. В следующей главе, где будут рассмотрены паразитные эффекты и другие практические аспекты, показано, что в активных *SC*-цепях паразитные эффекты можно минимизировать. Интересующие нас активные *SC*-цепи состоят из конденсаторов, двухфазных ключей и операционных усилителей. Многие из них построены на базе простых *SC*-элементов, типа показанных на рис. 25, 29 [9, 16—18], соединенных через операционные усилители. В случаях, когда эти операционные усилители можно считать идеальными (т. е. имеющими бесконечный коэффициент усиления), допустимо упрощение эквивалентных схем с использованием свойства «виртуальной земли». Напомним, что при подключенном к «земле» неинвертирующем входе идеального операционного усилителя виртуальная «земля» имеет место на инвертирующем входе ($u^-=0$). Проанали-

зируем ряд наиболее полезных активных SC-цепей с помощью эквивалентных схем.

Интегратор без потерь. Одна из схем такого интегратора на базе переключаемых конденсаторов показана на рис. 37,*а*. Ее ключи функционируют в соответствии с управляющими импульсами φ^e и φ^o, показанными на рис. 37,*б*,*в* соответственно. Чтобы убедиться, что эта цепь действительно интегрирует сигнал, найдем ее реакцию u_0 на

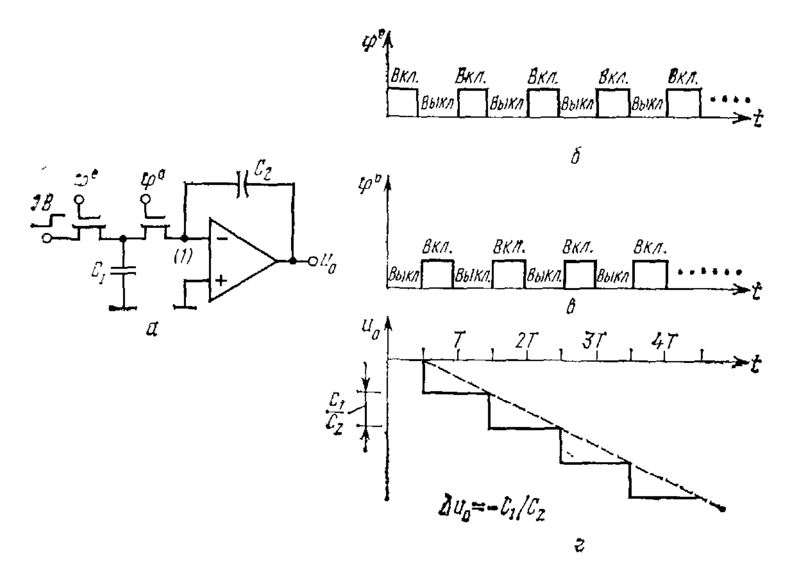


Рис. 37. Реакция SC-интегратора без потерь на единичный скачок входного напряжения

единичный скачок входного напряжения. При $t=0$ мгновенные значения управляющих сигналов φ^e и φ^o таковы, что конденсатор C_1 подключен к источнику входного сигнала и отключен от операционного усилителя. Он заряжается до напряжения 1 В, при этом $u_0=0$ из-за отсутствия начального заряда конденсатора C_2. При $t=T/2$ в соответствии с новыми значениями управляющих сигналов ключ на входе интегратора размыкается, а другой ключ замыкается. При этом, учитывая, что инвертирующий вход (u^-) является виртуальной землей, весь заряд конденсатора C_1 передается конденсатору C_2 и u_0 принимает значение, численно равное $-C_1/C_2$. Время установления напряжения u_0 в течение перезаряда конденсаторов очень мало, но конечно. При $t=T$ замыкается входной и размыкается второй ключ, в этот период на конденсатор C_2 не передается

дополнительно заряд, поэтому выходное напряжение остается неизменным и численно равным $-C_1/C_2$. Конденсатор C_1, будучи вновь подключенным к источнику входного сигнала, заряжается до напряжения 1 В. В следующий момент переключения $t=3T/2$ конденсатор C_1 отключается от источника сигнала, присоединяется к входу ОУ и его заряд опять передается конденсатору C_2. При этом напряжение u_0 получает очередное приращение, численно равное C_1/C_2. Продолжая этот процесс (конечно, до тех пор, пока операционный усилитель не перейдет в режим насыщения, т. е. напряжение u_0 не окажется равным напряжению источника питания), можно убедиться, что вы-

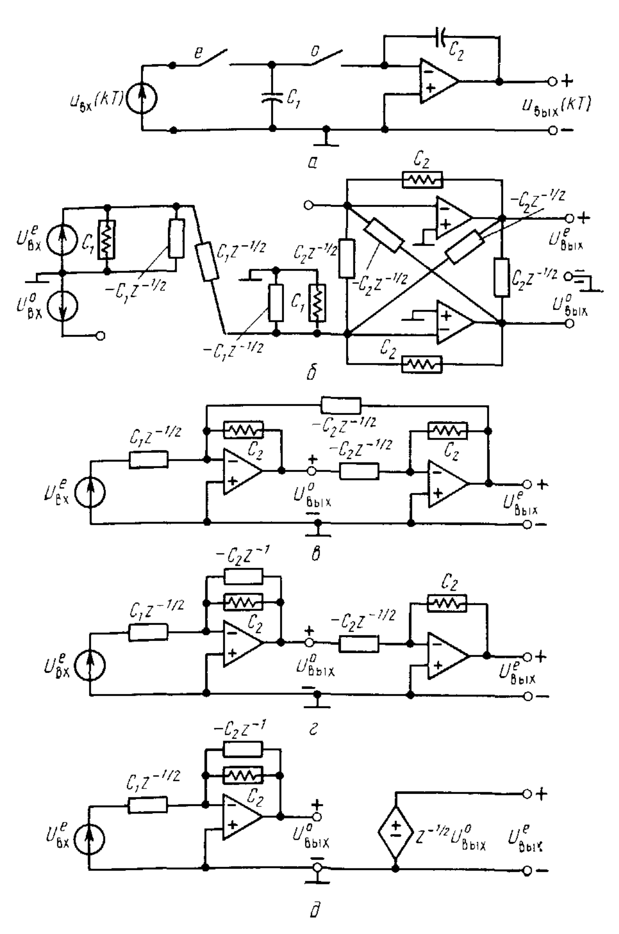


Рис. 38. Активный SC-интегратор без потерь

ходное напряжение хорошо аппроксимируется линейной функцией времени. Отсюда заключаем, что рассматриваемая схема интегрирует входной сигнал. Исследуем этот эффект более детально с помощью эквивалентных схем из гл. 3.

Эквивалентная схема интегратора без потерь (рис. *37,а*), полученная соединением эквивалентных схем на рис. 24,*б,в,ц*, показана на рис. 38,*б*. Конечный коэффициент усиления реального операционного усилителя при необходимости можно учесть, используя эквивалентную схему источника напряжения, управляемого напряжением (рис. 24,*x*). Устраняя все элементы между виртуальной и реальной землей, громоздкую схему на рис. 38,*б* приведем к виду, показанному на рис. 38,*в*. Эту схему, в свою очередь, преобразуем, как показано на рис. 38,*г*. Заметим, что второй каскад этой схемы представляет источник напряжения, управляемый напряжением с коэффициентом передачи $\beta = z^{-1/2}$, аналогичный независимому источнику, схема которого приведена на рис. 27. Окончательная модель интегратора без потерь, представленная в виде, показанном на рис. 38,*д*, свидетельствует о том, что ее можно было бы получить непосредственно с помощью упрощенных эквивалентных схем на рис. 25.

С помощью эквивалентной схемы на рис. 38,*д* передаточные функции интегратора без потерь нетрудно представить в виде

$$H_3(z) = \frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = -\frac{(C_1/C_2)\, z^{-1/2}}{1 - z^{-1}}, \qquad (100\text{а})$$

$$H_1(z) = \frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = -\frac{(C_1/C_2)\, z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \qquad (100\text{б})$$

Полюсы этих функций расположены одинаково, как видно из рис. 39. Полный анализ выражений (100) показывает следующее:

1) когда выходное напряжение $u_{\text{вых}}$ представлено своей нечетной составляющей (наблюдается только на нечетных интервалах), передаточная функция равна $H_3(z)$ и схема реализует передаточную функцию, полученную с помощью преобразования передаточной функции интегратора без потерь методом ПДС (см. табл. 2);

2) когда выходное напряжение $u_{\text{вых}}$ представлено четной составляющей $u^e_{\text{вых}}$, передаточная функция имеет вид $H_1(z)$ и идентична передаточной функции интегратора без

потерь, полученной методом ПР-преобразования (см. табл. 2);

3) выражения (100) описывают инвертирующий интегратор без потерь. Неинвертирующий интегратор можно получить простой заменой конденсатора с противофазными ключами в схеме на рис. 38,*а* на инвертирующий элемент (рис. 25,*е*). Напомним, что в активных *RC*-цепях неинвертирующий интегратор обычно выполняют каскадным соединением инвертирующего интегратора и инвертирующего масштабного усилителя с единичным коэффициентом передачи, т. е. на основе двух операционных усилителей. Очевидно, что для реализации *SC*-цепями в таких случаях требуется меньшее число активных элементов, чем для их активных *RC*-аналогов.

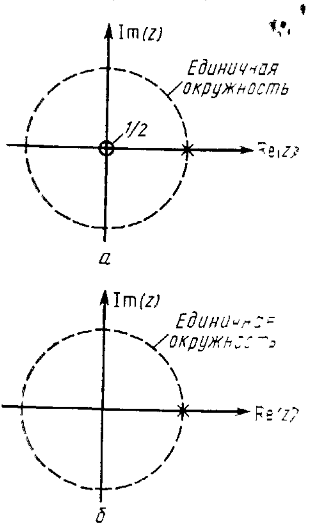


Рис 39 Расположение нулей и полюсов в *z*-плоскости:

а — функции H_3 (100а), *б* — функции H_1 (100б)

Далее отметим, что конденсатор с противофазными ключами на входе интегратора рис. 38,*а* всегда реализует проводимость $y_R = G\tau z^{-1}$ (как эквивалентный ПР-резистор из табл. 3), если он возбуждается источником напряжения, а выход подключен к виртуальной земле. При этом сомножитель z^{-1} в выражении для y_R реализуется только тогда, когда входное напряжение изменяется в нечетные моменты времени (при принятом на рис. 38,*а* фазировании ключей). Подключение конденсатора с противофазными ключами к виртуальной земле необходимо, так как в противном случае параллельные элементы его эквивалентной схемы (рис. 25,*и*) нагружают эквивалентную схему последующего каскада *SC*-цепи. При анализе схемы на рис. 25,*в* появляется заманчивое желание сделать вывод, что эквивалентный ПДС-резистор с проводимостью $y_R = G\tau z^{-1/2}$ можно реализовать аналогично. Однако такое заключение, как будет показано далее, справедливо далеко не всегда.

Рассмотрим другую схему интегратора (рис. 40,*а*). Использовав эквивалентные схемы рис. 24,*б*,*н*,*ц* и упростив эквивалентную схему интегратора аналогично тому, как показано на рис. 38, получим схему на рис. 40,*б* и затем — на рис. 40,*в*. Заметим, что результирующую эквивалентную

схему на рис. 40,*в* можно получить и непосредственно, используя упрощенные эквивалентные схемы на рис. 25,*б*,*г*,*о* и источник напряжения, управляемый напряжением с задержкой на $z^{-1/2}$.

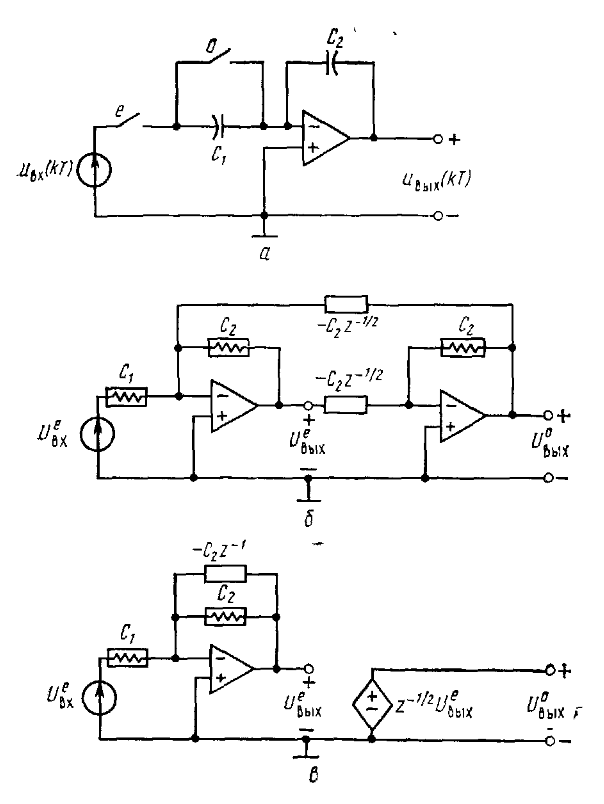


Рис. 40. Активный *SC*-интегратор без потерь

Передаточные функции этих эквивалентных схем имеют вид

$$H_1(z) = \frac{U^e_{вых}(z)}{U^e_{вх}(z)} = -\frac{C_1/C_2}{1-z^{-1}}, \tag{101а}$$

$$H_3(z) = \frac{U^o_{вых}(z)}{U^e_{вх}(z)} = -\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1/2}}{1-z^{-1}}. \tag{101б}$$

Расположение особых точек этих функций в *z*-плоскости показано на рис. 41. Заметим, что передаточная функция H_1, полученная при условии, что выходное напряже-

ние наблюдается на четных интервалах, идентична передаточной функции ОР-интегратора.

Функция H_3, соответствующая выходному напряжению, наблюдаемому на нечетных интервалах, такая же как ПДС-интегратора. Таким образом, обе схемы на рис. 38,*а* и рис. 40,*а* при определенных условиях реализуют передаточную функцию ПДС-интегратора. В следующей главе показана практическая важность этого кажущегося излишним дублирования функций.

Демпфированный интегратор на основе конденсатора с противофазными ключами. Можно предположить, что эквивалентная схема демпфированного интегратора на рис. 42,*а* подобна тем, что получены для интеграторов без потерь. В этой схеме для смещения полюса передачи влево от точки $z=1+j0$ конденсатор обратной связи зашунтирован *SC*-элементом, состоящим из конденсатора с противофазными ключами. Можно предположить, что его действие аналогично резистору, шунтирующему конденсатор в активном *RC*-интеграторе. Эквивалентную схему демпфированного интегратора (см. рис. 42,*б*, *в*) получим аналогично эквивалентным схемам интегратора без потерь. Как и в рассмотренных случаях, окончательную схему на рис. 42,*в* можно получить непосредственной подстановкой упрощенных эквивалентных схем (рис. 25) в эквивалентную схему интегратора на рис. 42,*а*. Аналогичным путем нетрудно получить и эквивалентные схемы большинства активных *SC*-цепей.

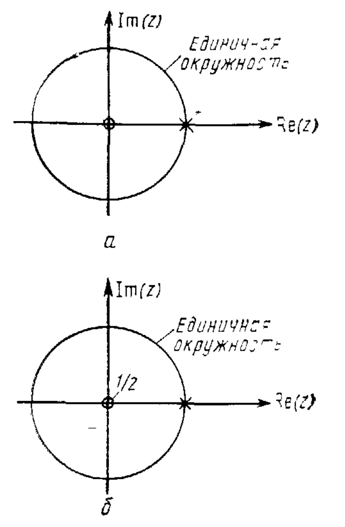


Рис. 41. Расположение нулей и полюсов в *z*-плоскости:

а — функции H_1 (101а); *б* — функции H_3 (100б)

Передаточные функции демпфированного интегратора, полученные на основе анализа схемы на рис. 42,*в*, имеют вид

$$H_3(z)=\frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}=-\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1/2}}{1-(1-C_3/C_2)\,z^{-1}}, \qquad (102\text{а})$$

$$H_1(z)=\frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}=-\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1}}{1-(1-C_3/C_2)\,z^{-1}}. \qquad (102\text{б})$$

Заметим, что выражение $H_1(z)$ при $\tau p = C_3/C_2$ совпадает с передаточной функцией демпфированного ПР-интегратора. Проанализируем выражения (102) для трех

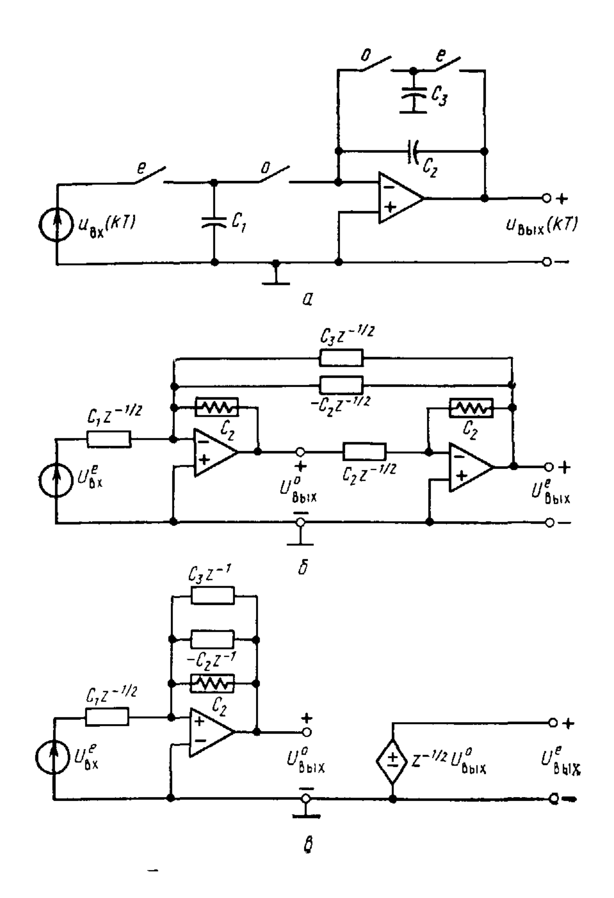


Рис. 42. Активный *SC*-интегратор, демпфированный конденсатором с противофазными ключами

соотношений емкостей: $C_3 = C_2$, $C_3 = 2C_2$ и $C_3 > 2C_2$. В первом случае ($C_3 = C_2$) передаточные функции, равные

$$H_1(z) = -(C_1/C_2)z^{-1}, \qquad (103а)$$

$$H_3(z) = -(C_1/C_2)z^{-1/2}, \qquad (103б)$$

представляют элементы задержки на целый и половину такта соответственно. При $C_3=2C$ полюсы передаточных функций

$$H_1(z) = -\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1}}{1+z^{-1}}, \tag{104а}$$

$$H_3(z) = -\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1/2}}{1+z^{-1}} \tag{104б}$$

расположены на границе, отделяющей устойчивую область от неустойчивой; в цепи могут появиться колебания с частотой, равной половине тактовой частоты. В последнем случае, когда $C_3>2C_2$, полюсы передаточной функции лежат за пределами круга с единичным радиусом и цепь неустойчива. Корневой годограф при изменении величины C_3 изображен на рис. 43. Результаты анализа передаточных

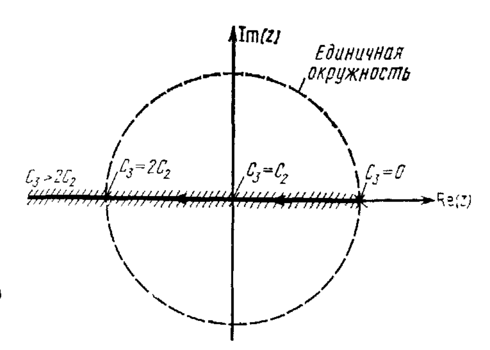
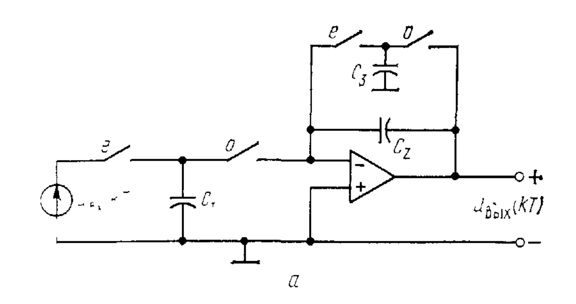
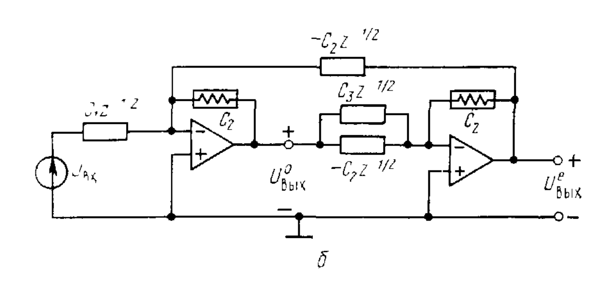


Рис. 43. Корневой годограф функций H_1 и H_3 (102) для $C_3\geqslant0$

функций свидетельствуют, что здесь конденсатор с противофазными ключами нельзя рассматривать как цепь только с резистивными свойствами. Действительно, если исследовать цепь обратной связи на рис. 42,*в*, то можно убедиться, что проводимость этого *SC*-элемента $Y_R=C_3z^{-1}$, т. е. как у эквивалентного ПР-резистора. Потенциальную неустойчивость цепи из-за задержки, создаваемой таким элементом, можно было предсказать на основе данных рис. 21,*б*, где изображено преобразование оси jω.

Рассмотрим случай, когда ключи *SC*-элемента (C_3), включенного в цепь образной связи операционного усилителя, переключаются в противофазе с аналогичными ключами на рис. 42,*а* (см. рис. 44,*а*). Выражения (102) могут навести на мысль, что такое фазирование ключей приведет к появлению сомножителя $C_3z^{-1/2}$ в знаменателе передаточных функций $H_1(z)$, $H_3(z)$. Чтобы убедиться в неверности такого предположения, исследуем эквивалентную





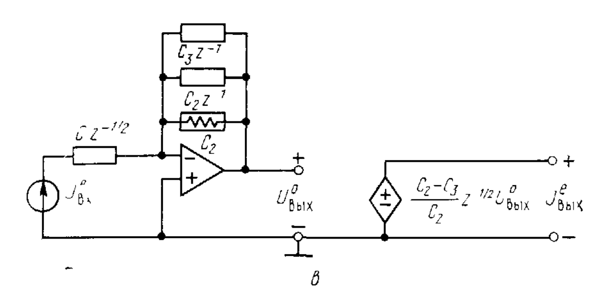


Рис. 44. Активный *SC*-интегратор, демпфированный конденсатором с противофазными ключами. Фазирование ключей в цепи обратной связи противоположно фазированию в случае, показанному на рис. 42

схему интегратора на рис. 44,*б*. После ряда преобразований получаем простую схему на рис. 44,*в*, передаточные функции которой представим в виде

$$H_3(z) = \frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = -\frac{(C_1/C_2)\,z^{-1/2}}{1-(1-C_3/C_2)\,z^{-1}}, \qquad (105а)$$

$$H_1(z) = \frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)} = -\frac{\frac{C_1}{C_2}\left(\frac{C_2-C_3}{C_2}\right)z^{-1}}{1-(1-C_3/C_2)\,z^{-1}}. \qquad (105б)$$

Сравнение этих выражений с выражениями (102) показывает, что фазирование ключей не влияет на полюсы передаточной функции цепи. Оно воздействует только на коэффициент передачи постоянной составляющей четной компоненты напряжения [см. сомножитель $(C_2—C_3)/C_2$ в (105б)]. Это не удивительно, так как конденсатор C_2 в схеме на рис. 44,*а* получает порции заряда как в четные, так и в нечетные моменты времени. Заметим, что в знаменателях функций $H_3(z)$, $H_1(z)$ отсутствуют члены, содержащие $z^{-1/2}$. Независимо от фазирования ключей *SC*-элемента в цепи обратной связи он реализует проводимость $Y_R=G\tau z^{-1}$. Этот пример свидетельствует о невозможности реализо-

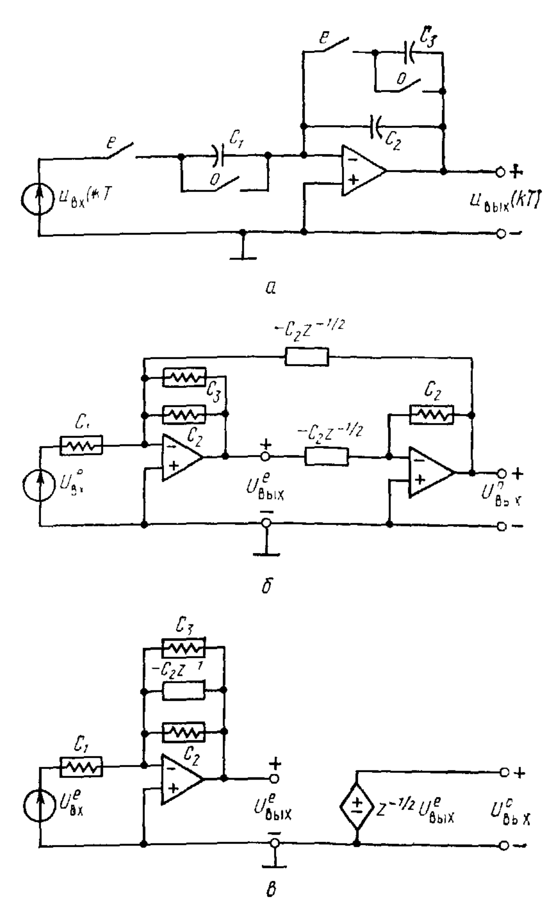


Рис. 45 Активный демпфированный *SC*-интегратор на незаземленных конденсаторах с противофазными ключами

вать передаточную функцию демпфированного ПДС-интегратора.

Демпфированный интегратор на основе незаземленного конденсатора с противофазными ключами (рис. 45,*а*). Сравнение этой схемы с ее аналогом на рис. 42,*а* имеет, вероятно, только теоретическое значение. На рис. 45,*б* и *в* приведены эквивалентные схемы, полученные обычным путем с использованием эквивалентных схем на рис. 25; их передаточные функции действительно описывают демпфированный интегратор:

$$H_3(z)=\frac{U^o_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}=-\frac{\dfrac{C_1}{C_2+C_3}z^{-1/2}}{1-\dfrac{C_2}{C_2+C_3}z^{-1}},\qquad (106а)$$

$$H_1(z)=\frac{U^e_{\text{вых}}(z)}{U^e_{\text{вх}}(z)}=-\frac{\dfrac{C_1}{C_2+C_3}}{1-\dfrac{C_2}{C_2+C_3}z^{-1}}.\qquad (106б)$$

Анализ этих функций показывает, что интегратор устойчив при любых конечных значениях емкостей C_1, C_2, C_3. Один из годографов полюсов (при увеличении емкости C_3 от 0 до ∞) показан на рис. 46. Передаточная функция $H_1(z)$ такая же, как у демпфированного ОР-интегратора с $\tau p=C_3/C_2$, а $H_3(z)$ имеет примерно такой же вид, что у демпфированного ПДС-интегратора (т. е. как в выражении (71) при $\tau p=C_3/C_2$).

Билинейный интегратор без потерь. Преимущества использования билинейного преобразования обсуждены в гл. 2. Известно несколько схем, реализующих передаточную функцию билинейного интегратора без потерь [17—19] (см. рис. 47, 49, 50); проанализируем каждую из них.

Сначала рассмотрим схему на рис. 47,*а* [17]. Ее эквивалентная схема, полученная соответствующим соединением эквивалентных схем на рис. 24,*б*,*в*,*н*,*ц*, показана на

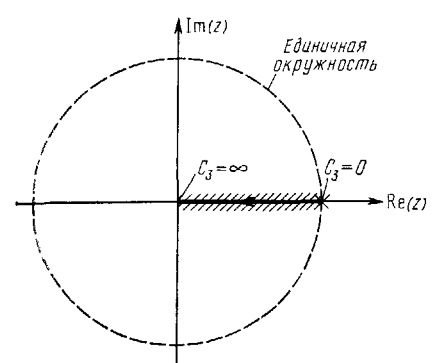


Рис. 46. Корневой годограф функций H_1, H_3 (106) при увеличении C_3 от 0 до ∞

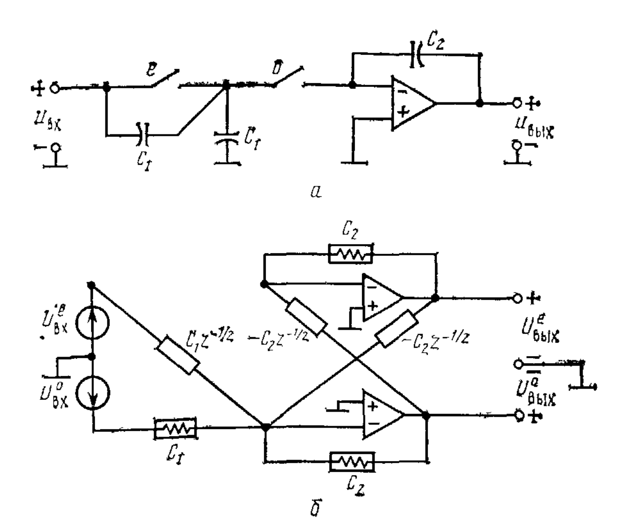


Рис. 47. Активный билинейный *SC*-интегратор без потерь

рис. 47,*б*. Из анализа уравнений узловых зарядов нетрудно получить следующие выражения:

$$U^o_{вых} = -\frac{(C_1/C_2)\, z^{-1/2}}{1 - z^{-1}} U^e_{вх} - \frac{C_1/C_2}{1 - z^{-1}} U^o_{вх}, \qquad (107а)$$

$$U^e_{вых} = z^{-1/2} U^o_{вых}. \qquad (107б)$$

Из (107а) видно, что требуемую передаточную функцию билинейного интегратора можно реализовать только при условии

$$U^e_{вх} = z^{-1/2} U^o_{вх}. \qquad (108)$$

Тогда, преобразуя (107а) с учетом (108), получаем передаточные функции билинейного интегратора без потерь:

$$H_4(z) = \frac{U^o_{вых}}{U^o_{вх}} = -\frac{(C_1/C_2)(1 + z^{-1})}{1 - z^{-1}}, \qquad (109а)$$

$$H_2(z) = \frac{U^e_{вых}}{U^o_{вх}} = -\frac{(C_1/C_2)\, z^{-1/2}(1 + z^{-1})}{1 - z^{-1}}. \qquad (109б)$$

Нули и полюсы функции $H_4(z)$ расположены, как показано на рис. 48. Таким образом, схема на рис. 47,*а* реализует билинейный интегратор при указанном фазировании ключей только тогда, когда входное напряжение постоянно в течение всего такта, причем входные и выходные на-

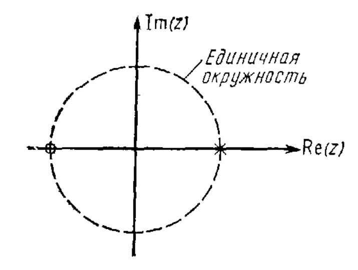


Рис. 48. Расположение нулей и полюсов функции H_4 (109) в z-плоскости

пряжения дискретизируются в нечетные моменты времени $(2k+ +1)T$.

Для второй схемы билинейного интегратора (рис. 49,*а*) [17] эквивалентная схема (рис. 49,*б*) получена на основе эквивалентных схем на рис. 24,*б*,*д*,*ц*. Соотношения между входными и выходными напряжениями имеют вид

$$U^o_{\text{вых}} = -\frac{(C_1/C_2)(1+z^{-1})}{1-z^{-1}} U^o_{\text{вх}} - \frac{2(C_1/C_2)z^{-1/2}}{1-z^{-1}} U^o_{\text{вх}}, \quad (110а)$$

$$U^e_{\text{вых}} = -\frac{(C_1/C_2)(1+z^{-1})}{1-z^{-1}} U^e_{\text{вх}} - \frac{2(C_1/C_2)z^{-1/2}}{1-z^{-1}} U^o_{\text{вх}}. \quad (110б)$$

Эти выражения имеют четно-нечетную симметрию в результате применения во входной части интегратора двух вычитающих элементов. Если выходное напряжение дискретизируется в каждый момент времени kT (и в четный, и в нечетный), то его можно представить в виде суммы четной и нечетной составляющих [в соответствии с (49)]. Переда-

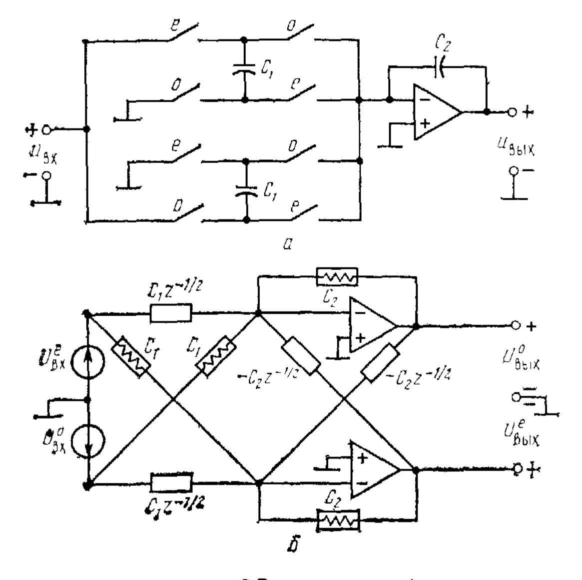


Рис. 49. Активный билинейный SC-интегратор без потерь

точную функцию схемы на рис. 49,*а* для случая, когда входное и выходное напряжения наблюдаются в течение четных и нечетных интервалов,получаем, сокращая общий множитель $(1+z^{-1/2})$:

$$H(z)=\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}=\frac{U^e_{\text{вых}}+U^o_{\text{вых}}}{U^e_{\text{вх}}+U^o_{\text{вх}}}=-\frac{(C_1/C_2)(1+z^{-1/2})}{1-z^{-1/2}}. \tag{111}$$

Сравнивая (111) с выражением (109а), видим, что в рассматриваемой схеме частота взятия выборок вдвое больше, чем в схеме на рис. 47,*а* (при одинаковой тактовой частоте). Переопределив z-преобразование в соответствии с выражением $\hat{z}=e^{sT/2}$, приведем передаточную функцию (111) к виду

$$H(\hat{z})=-\frac{(C_1/C_2)(1+\hat{z}^{-1})}{1-\hat{z}^{-1}}. \tag{112}$$

Эту передаточную функцию можно реализовать проще, например, по схеме на рис. 50,*а* [18]. Анализируя эквивалентную схему на рис. 50,*б*, полученную с помощью эквивалентных схем *SC*-элементов (рис. 29), можно убедиться, что ее передаточная функция идентична (111).

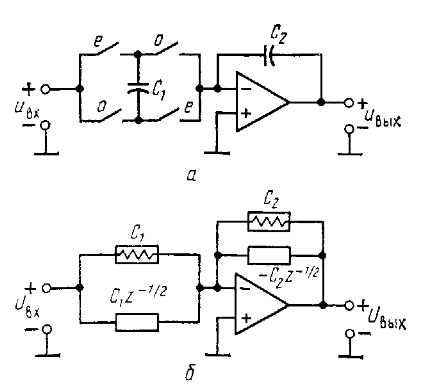


Рис. 50. Активный билинейный *SC*-интегратор без потерь

Для построения неинвертирующего билинейного интегратора потребуется подключить инвертирующий масштабный усилитель с единичным коэффициентом усиления к одному из инвертирующих билинейных интеграторов (рис. 47,*а*, 49,*а* или 50,*а*), т. е. необходимы два операционных усилителя. В связи с этим полезно вспомнить, что неинвер-

тирующие ПДС- и ПР-интеграторы можно построить только на одном операционном усилителе и одном инвертирующем SC-элементе.

Билинейный демпфированный интегратор. Наиболее эффективная схема билинейного демпфированного интегратора и его эквивалентная схема показаны на рис. 51,*а,б*. Передаточную функцию получим в виде

$$H(z) = \frac{U_{вых}(z)}{U_{вх}(z)} = -\frac{(C_1/C_2)(1+z^{-1/2})}{(1+C_3/C_2)-(1-C_3/C_2)z^{-1/2}}. \quad (113)$$

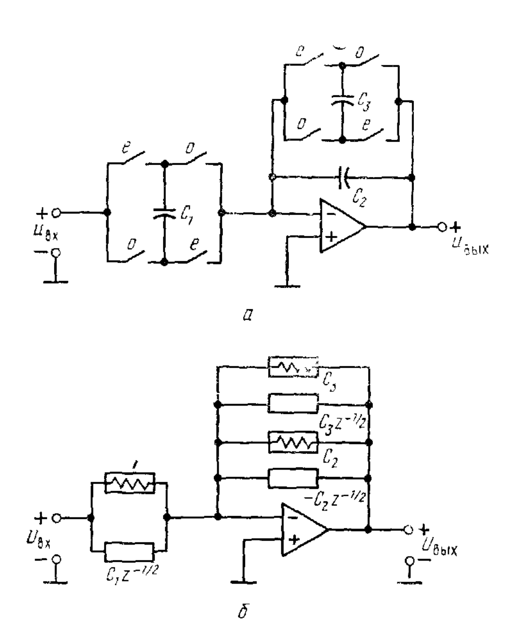


Рис. 51. Активный билинейный демпфированный интегратор

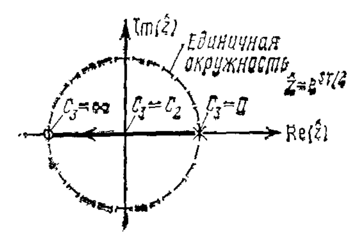


Рис. 52. Корневой годограф полюсов функции H (113) при увеличении C_3 от 0 до ∞

При $\hat{z} = e^{sT/2}$ и $\tau p = C_3/C_2$ она идентична передаточной функции билинейного демпфированного интегратора из табл. 2. Годограф полюсов передаточной функции в z-плоскости (рис. 52) свидетельствует о том, что анализируемая цепь устойчива при любом значении C_3.

4.3. ИМИТАЦИЯ ИНДУКТИВНОСТИ И ЧАСТОТНО-ЗАВИСИМОГО ОТРИЦАТЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В этом разделе рассмотрены *SC*-цепи для имитации индуктивного и частотно-зависимого отрицательного сопротивления (ЧЗОС), эквивалентные полные проводимости которых даны в табл. 3.

Заземленная OP-индуктивная катушка. Одна из активных *SC*-цепей, имитирующих комплексную проводимость заземленной катушки индуктивности, показана на рис. 53,*а*.

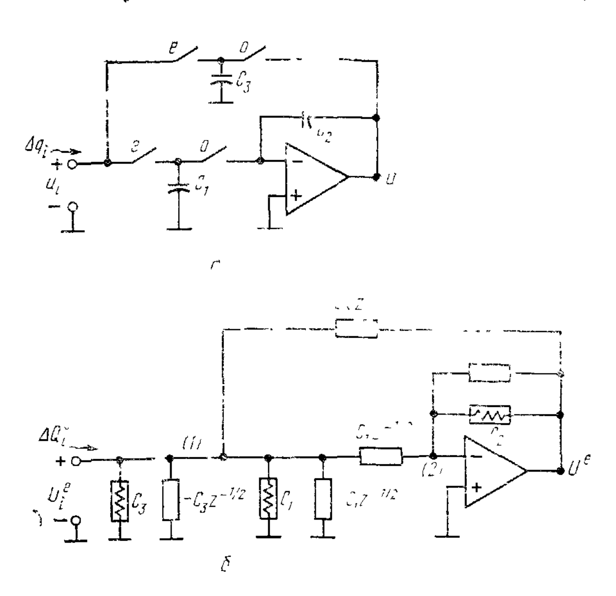


Рис. 53. Активная *SC*-цепь, имитирующая заземленную катушку индуктивности

Соответствующая эквивалентная схема представлена на рис. 53,*б*. Записывая уравнения узловых зарядов для узла (*1*) и виртуальной «земли» (2), получаем следующие уравнения:

$$\Delta Q_i^e = (C_1 + C_3)\, U_i^e - C_3\, z^{-1/2}\, U^o, \tag{114а}$$

$$0 = C_2 (1 - z^{-1})\, U^o + C_1\, z^{-1/2}\, U_i^e. \tag{114б}$$

Решив эту систему уравнений относительно $\Delta Q^e{}_i$, найдем

$$\Delta Q_i^e = \left[(C_1 + C_3) + \frac{C_1 C_3}{C_2} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right] U_i^e \tag{115а}$$

или

$$Y=\frac{\Delta Q_i^e}{U_i^e}=C_1+C_3+\frac{C_1C_3}{C_2}\,\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}\,. \qquad (115б)$$

Прибавляя и вычитая из правой части уравнения (115б) C_1C_3/C_2, найдем:

$$Y=\frac{\Delta Q_i^e}{U_i^e}=C_1+C_3-\frac{C_1C_3}{C_2}+\frac{C_1C_3}{C_2}\,\frac{1}{1-z^{-1}}=Y_R+Y_L. \qquad (116)$$

Очевидно, что это проводимость катушки индуктивности с потерями. Потери можно устранить при условии $C_1+C_3-C_1C_3/C_2=0$ или

$$C_2=C_1C_3/(C_1+C_3). \qquad (117)$$

Сравнивая индуктивную часть проводимости (116) с проводимостью OP-индуктивности из табл. 3, получаем равенство

$$\frac{C_1C_3}{C_2}\,\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{\tau^2}{L}\,\frac{1}{1-z^{-1}}. \qquad (118)$$

Следовательно, имитируемая индуктивность равна

$$L=\tau^2C_2/(C_1C_3). \qquad (119)$$

Применение цепи на рис. 53 для построения SC-фильтров рассмотрим на примере имитации простого LC-контура (рис. 54,*а*). Заменяя каждый элемент этой схемы его эквивалентной OP-проводимостью, получаем эквивалентную схему LC-прототипа в z-области на рис. 54,*б*. Для имитации индуктивности применяем схему на рис. 53,*а*, тогда активная SC-цепь, имитирующая z-преобразованный LC-прототип, примет вид, показанный на рис. 54,*в*. Резистор реализуется резистивной частью входной проводимости (116). Используя эквивалентные схемы (см. рис. 25) переключаемого C_5 и непереключаемого C конденсаторов, а также выражение для проводимости имитируемой индуктивности (116), получаем эквивалентную схему цепи на рис. 54,*г*. Сравнение этой эквивалентной схемы с преобразованным LC-контуром на рис. 54,*б* показывает, что активная SC-цепь обладает желаемыми свойствами.

Заземленные билинейные индуктивность и элемент с частотно-зависимым отрицательным сопротивлением (ЧЗОС). Заземленные билинейные индуктивность и элемент с ЧЗОС легко выполнить с помощью схемы активного RC-конвертора обобщенного иммитанса (КОИ), в котором обычные резисторы заменены билинейными резисторами

(см. рис. 29,*в*, *г*) [16]. Схема *SC*-цепи, имитирующая заземленную индуктивность и построенная на основе схемы рис. 55,*а*, имеет вид, показанный на рис. 55,*б*. Как отмечено ранее, заряд в билинейном резисторе изменяется дважды за

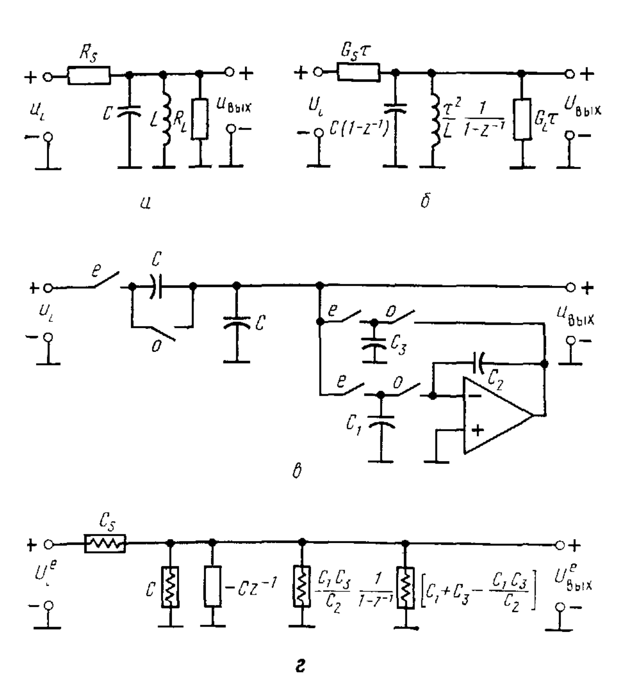


Рис. 54. Активная *SC*-цепь, имитирующая преобразованную *LC*-резонансную цепь

такт длительности τ так, что период взятия выборок равен τ/2. Используя выражение для входной проводимости схемы на рис. 55,*а*

$$Y_{вх} = \frac{G_1 G_3}{s G_2 C} G_L = \frac{1}{s L_0}$$

и эквивалентные схемы на рис. 29, найдем входную проводимость билинейного индуктивного элемента

$$Y_{вх} = \frac{\Delta Q_1}{U_1} = \frac{C_4 C_1 C_3}{C C_2} \frac{(1 + z^{-1/2})^2}{1 - z^{-1/2}}. \tag{120}$$

Приравнивая это выражение к проводимости билинейной эквивалентной индуктивности из табл. 3 (период дис-

кретизации уменьшаем вдвое, т. е. заменяем τ на $\tau/2$), находим:

$$\frac{\tau^2}{16L}\frac{(1+z^{-1/2})^2}{1-z^{-1/2}}=\frac{C_4C_1C_3}{CC_2}\frac{(1+z^{-1/2})^2}{1-z^{-1/2}}. \qquad (121)$$

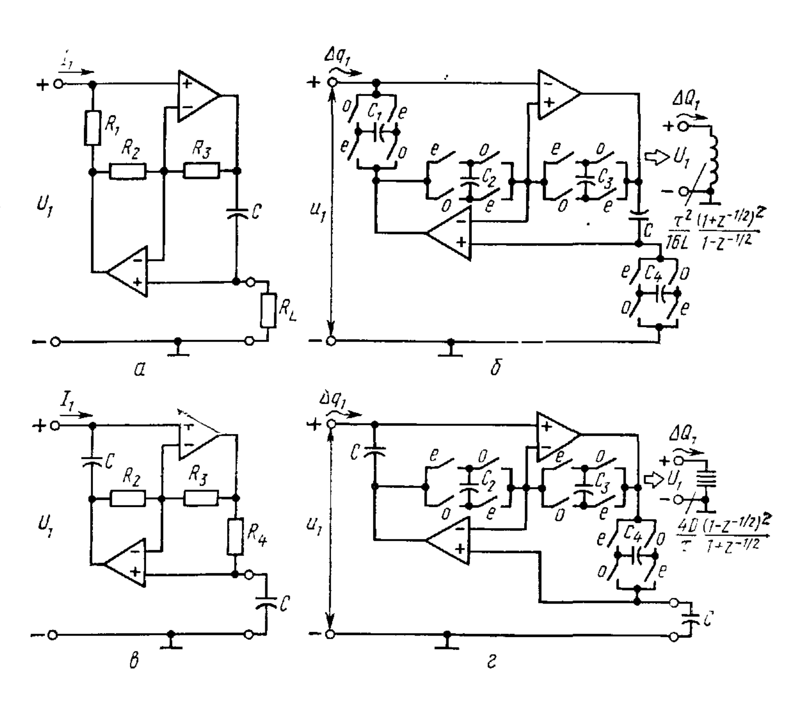


Рис. 55. Имитация заземленных катушки индуктивности и ЧЗОС: активные RC-эквиваленты индуктивности (*а*) и ЧЗОС (*в*), активные SC-цепи, имитирующие катушку индуктивности (*в*) и ЧЗОС (*г*)

Решая это уравнение относительно L, находим

$$L=\frac{\tau^2}{16}\,\frac{CC_2}{C_4C_1C_3}. \qquad (122)$$

Аналогично преобразуя схему на рис. 55,*в* $\left(Y_{вх}=s^2\frac{G_3C^2}{G_2G_4}\right)$, получаем SC-эквивалент заземленного частотно-зависимого отрицательного сопротивления (рис. 55,*г*). Его входная проводимость равна

$$Y_{вх}=\frac{\Delta Q_1}{U_1}=\frac{C^2C_3}{C_2C_4}\frac{(1-z^{-1/2})^2}{1+z^{-1/2}}. \qquad (123)$$

Сравнивая проводимость билинейного элемента с частотно-зависимым отрицательным сопротивлением из табл. 3 (где период τ заменен на $\tau/2$) с выражением (123), получаем

$$D=\tau C^2 C_3/(4C_2C_4). \qquad (124)$$

Активные SC-схемы, показанные на рис. 55, можно использовать при построении сложных SC-фильтров так же, как их активные RC-аналоги используются при имитации лестничных LC-прототипов [1].

Незаземленные индуктивный элемент и элемент с частотно-зависимым отрицательным сопротивлением. В SC-цепи, имитирующей незаземленную индуктивность (рис. 56,*а*) [22], блоки, обозначенные SC-η_1 и SC-η_2, представля-

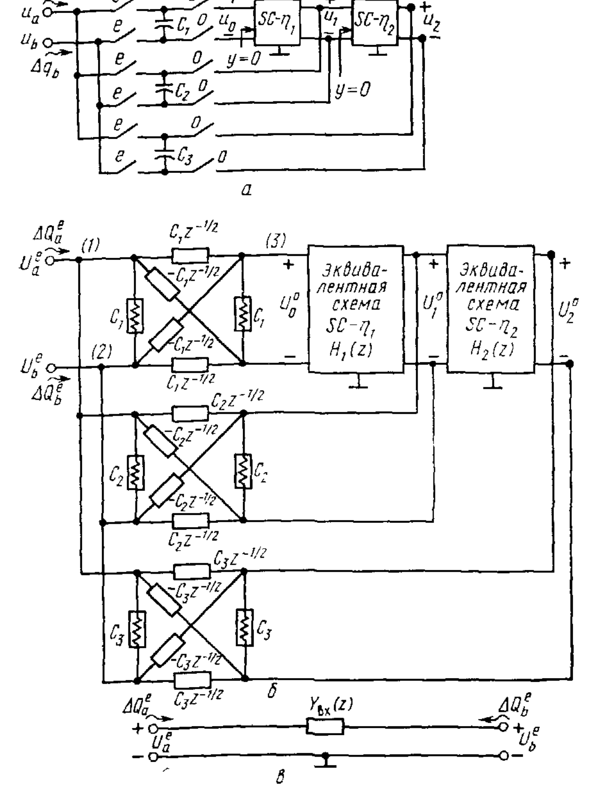


Рис. 56. Активная SC-цепь, имитирующая незаземленный элемент

[1] Теоретические основы и практические особенности такой имитации рассмотрены в ряде работ, например [Д6, Д7]. — *Прим. ред.*

ют собой активные SC-цепи с передаточными функциями, определенными в соответствии с имитируемой комплексной проводимостью. Предполагается, что эти SC-цепи удовлетворяют следующим ограничениям:

1) входное и выходное напряжения могут иметь ненулевое значение только в течение нечетных интервалов времени;

2) взаимодействие между цепями H_1, H_2 отсутствует, поэтому для их построения необходимы активные элементы;

3) обе цепи являются низкоомными источниками напряжения (т. е. их выходное напряжение снимается с выхода ОУ).

Модель активной SC-цепи в z-области, полученная с учетом того, что все переключаемые конденсаторы C_1—C_3 являются обобщенными SC-элементами, изображена на рис. 56,*б*. С помощью уравнений узловых зарядов для узлов (*1*)—(*3*) этой эквивалентной схемы найдем

$$\Delta Q_a^e = (C_1 + C_2 + C_3) U_a^e - (C_1 + C_2 + C_3) U_b^e - \\ - C_1 z^{-1/2} U_0^o - C_2 z^{-1/2} U_1^o - C_3 z^{-1/2} U_2^o, \qquad (125а)$$

$$\Delta Q_b^e = (C_1 + C_2 + C_3) U_b^e - (C_1 + C_2 + C_3) U_a^e + \\ + C_1 z^{-1/2} U_0^o + C_2 z^{-1/2} U_1^o + C_3 z^{-1/2} U_2^o, \qquad (125б)$$

$$C_1 U_0^o = C_1 z^{-1/2} U_a^e - C_1 z^{-1/2} U_b^e. \qquad (125в)$$

Учитывая, что соотношения между входными и выходными напряжениями блоков SC-η_1 и SC-η_2 имеют вид

$$U_1^o = H_1 U_0^o, \qquad (126а)$$

$$U_2^o = H_2 U_1^o, \qquad (126б)$$

из уравнения (125) находим

$$U_1^o = z^{-1/2} H_1 U_a^e - z^{-1/2} H_1 U_b^e, \qquad (127а)$$

$$U_2^o = z^{-1/2} H_1 H_2 U_a^e - z^{-1/2} H_1 H_2 U_b^e. \qquad (127б)$$

Подставляя эти выражения в (125а) и (125б), получаем

$$\Delta Q_a^e = Y_{вх}(z) U_a^e - Y_{вх}(z) U_b^e, \qquad (128а)$$

$$\Delta Q_b^e = Y_{вх}(z) U_b^e - Y_{вх}(z) U_a^e, \qquad (128б)$$

где

$$Y_{вх} = (C_1 + C_2 + C_3) - z^{-1} [C_1 + C_2 H_1 + C_3 H_1 H_2]. \qquad (128в)$$

При выполнении соотношений

$$C_1 + C_2 + C_3 = \frac{\tau^2}{4L}, \qquad (129а)$$

$$z^{-1}(C_1 + C_2 H_1 + C_3 H_1 H_2) = -\frac{\tau^2 (3z^{-1} + z^{-2})}{4L(1 - z^{-1})} \qquad (129б)$$

проводимость $Y_{вх}(z)$ представляет желаемую эквивалентную проводимость для билинейной имитации индуктивности:

$$Y_{вх}(z) = \frac{\tau^2}{4L} \frac{(1 + z^{-1})^2}{1 - z^{-1}}. \qquad (130)$$

В заключение найдем емкости C_1—C_3 и передаточные функции H_1, H_2, удовлетворяющие уравнениям (129). Пусть $C_1 = C_2 = C_3 = \tau^2/(12L)$, что удовлетворяет (129а), тогда можно показать, что для выполнения условия (129б) требуется

$$H_1 = -10/(1 - z^{-1}), \quad H_2 = z^{-1}/5. \qquad (131)$$

Схемы, реализующие передаточные функции H_1 и H_2, полученные с учетом сделанных ранее ограничений, изображены на рис. 57.

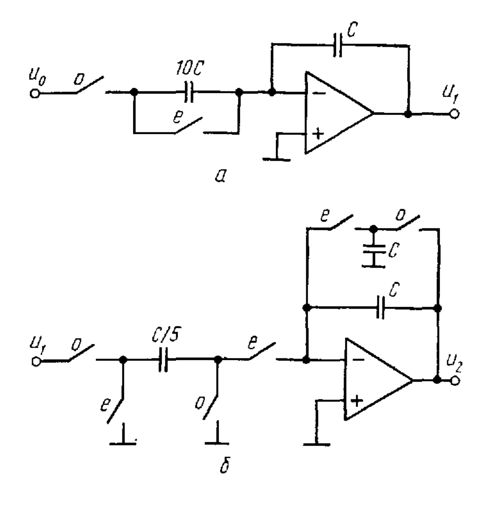


Рис. 57. Активная SC-цепь, реализующая передаточные функции (131) H_1 (*а*) и H_2 (*б*)

5. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЕЦИЗИОННЫХ АКТИВНЫХ SC-ФИЛЬТРОВ ПО МОП-ТЕХНОЛОГИИ

В предыдущей главе проведено теоретическое исследование различных SC-схем. Теперь с практической точки зрения обсудим факторы, сопутствующие применению этих схем для построения прецизионных фильтров на базе МОП-технологии. Как будет показано далее, ряд соображений, связанных с созданием элементов МОП-микросхем, сужает выбор SC-схем, пригодных для интегрального исполнения. Причем среди подходящих схем некоторые более предпочтительны по практическим соображениям.

5.1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОП-МИКРОСХЕМ [7]

При разработке схем прецизионных фильтров, ориентированных на МОП-технологию, следует учитывать ряд условий. Перечислим наиболее важные из них.

1. Простейшей цепью, используемой для замыкания местной обратной связи ОУ, является непереключаемый конденсатор. Применять только переключаемый конденсатор недопустимо, так как он не может обеспечить непрерывную во времени обратную связь, необходимую для стабилизации режима ОУ. Другими словами, ОУ не должен оставаться без обратной связи ни в один момент времени. Переключаемые конденсаторы можно использовать в цепи обратной связи, если они подключены параллельно непереключаемым (например, как в демпфированных интеграторах, выполненных по схемам на рис. 42,*а*, 43,*а*, 45,*а*, 51,*а*).

2. В схеме не должно быть узлов, к которым подключены только конденсаторы. На всех обкладках конденсаторов может накапливаться заряд от множества паразитных источников. Для стабильности цепи необходимо, чтобы каждый узел соединялся либо непосредственно, либо через переключаемый конденсатор с источником напряжения или «землей».

3. Нижняя обкладка каждого конденсатора должна быть соединена с «землей» либо с источником напряжения, во втором случае допустимо подключение через ключ. У МОП-конденсаторов довольно велика паразитная нелинейная емкость между нижней обкладкой и подложкой. Она составляет до 15% от полезной емкости самого МОП-кон-

денсатора и может вызвать ощутимую погрешность реализации коэффициентов передаточной функции. Кроме того, нелинейность паразитной емкости приводит к заметным нелинейным искажениям. Так как подложка заземлена по переменному току, то при подключении к ней нижней обкладки МОП-конденсатора обе обкладки паразитной емкости либо заземляются, либо шунтируются источником питания. В обоих случаях паразитная емкость не влияет на характеристики фильтра.

4. Напряжение на неинвертирующем входе операционного усилителя должно быть постоянным. Если же неинвертирующий вход ОУ соединен с источником сигнала, то характеристики фильтра становятся чувствительными ко всем паразитным емкостям ключей и шин относительно подложки, соединенных с инвертирующим входом. К тому же такой операционный усилитель должен обладать повышенным коэффициентом ослабления синфазного сигнала.

Эти ограничения приводят к тому, что многие схемы, а также элементы оказываются неприемлемыми для создания фильтров по МОП-технологии. Приведем примеры.

1. Схемы звеньев порядка выше первого на одном операционном усилителе неприемлемы. Желательно применять звенья второго порядка на двух ОУ.

2. Нельзя применять схемы, эквивалентные индуктивностям и ЧЗОС, показанные на рис. 55.

3. Нельзя применять билинейные резисторы (рис. 19,*в*,*г*) и схемы, где они применяются, например интеграторы на рис. 50,*а* и 51,*а*.

4. Нельзя применять обобщенный *SC*-элемент за исключением случаев, когда нижние обкладки соединяются через ключ с «землей», например как при реализации незаземленного элемента проводимости по схеме на рис. 56,*а*.

5.2. ЭФФЕКТЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ПАРАЗИТНЫМИ ЕМКОСТЯМИ КЛЮЧЕЙ

Кроме упомянутой большой паразитной емкости между нижней обкладкой конденсатора и подложкой на характеристики фильтра могут влиять паразитные нелинейные емкости МОП-ключей: емкости сток — подложка (общая шина по переменному току) и исток — подложка[1], а также аналогичные емкости между стоком (истоком) и

---

[1] Эти емкости составляют около 0,02 пФ, кроме того, существуют емкости перекрытия сток — затвор, исток — затвор, составляющие примерно 0,005 пФ, что существенно, так как минимальная емкость конденсаторов *SC*-фильтров обычно не превышает 0,5—1 пФ. — *Прим. ред.*

проводящими областями, соединяющими конденсаторы, ключи и ОУ. Хотя в высококачественных интегральных микросхемах эти емкости меньше, чем паразитная емкость между нижней обкладкой и подложкой, тем не менее они определяют предельно достижимую точность реализации фильтровых функций. Исследуем влияние паразитных емкостей на характеристики фильтров на примере интеграторов, схемы которых даны на рис. 38,*а*, 40,*а*. Сначала рассмотрим первую из них. На рис. 58,*а* воспроизведена схема интегратора, возбуждаемого от источника напряже-

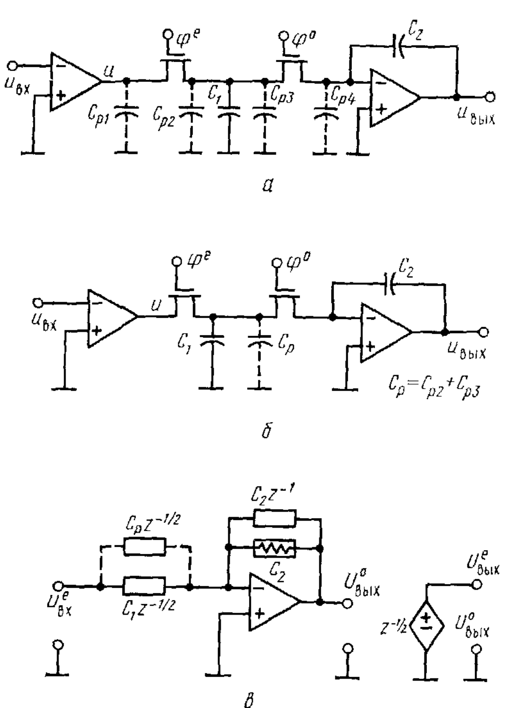


Рис. 58. Схемы инвертирующего интегратора без потерь (рис. 38,*а*) с паразитными емкостями ключей

ния, с реальными ключами и их паразитными емкостями. Паразитные емкости C_{p1}, C_{p4} шунтируют источник напряжения и виртуальную «землю» соответственно, поэтому они не влияют на выходное напряжение $U_{вых}$. Тогда, объединяя емкости C_{p2} и C_{p3} в одну паразитную емкость C_p, можно упростить схему и привести ее к виду на рис. 58,*б*. Используя ее эквивалентную схему на рис. 58,*в*, определим соот-

ношение между выходным $U^o_{\text{вых}}$ и входным $U^e_{\text{вх}}$ напряжениями:

$$\frac{U^o_{\text{вых}}}{U^e_{\text{вх}}} = -\frac{\frac{C_1}{C_2}\left(1+\frac{C_p}{C_1}\right)z^{-1/2}}{1-z^{-1}}. \qquad (132)$$

Очевидно, что действие паразитной емкости привело к изменению масштабного множителя в $(1+C_p/C_1)$ раз. В демпфированном интеграторе влияние паразитных емкостей ключей проявится в изменении как масштабного коэффициента, так и частоты полюса.

Аналогично анализируем схему интегратора на рис. 40,*а*. Она перечерчена на рис. 59,*а* с учетом паразитных емкостей реальных МОП-ключей. Как и в рассмотренном ранее случае можно убедиться, что паразитные емкости C_{p1} и C_{p4} не влияют на характеристики интегратора. Объединяя емкости C_{p2} и C_{p3} в одну паразитную емкость C_p, упростим схему (рис. 59,*б*). С помощью эквивалентной схемы на рис. 59,*в* получим передаточные функции

$$\frac{U^e_{\text{вых}}}{U^e_{\text{вх}}} = -\frac{\frac{C_1}{C_2}\left(1+\frac{C_p}{C_1}z^{-1}\right)}{1-z^{-1}}, \qquad (133а)$$

$$\frac{U^o_{\text{вых}}}{U^e_{\text{вх}}} = -\frac{\frac{C_1}{C_2}\left(1+\frac{C_p}{C_1}\right)z^{-1/2}}{1-z^{-1}}. \qquad (133б)$$

Нуль функции (133а), расположенный в идеальном случае в начале координат, слегка сдвинут влево (т. е. в точку $z=-C_p/C_1$), что обусловливает небольшую погрешность амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик интегратора. Анализ функции (133б) показывает, что погрешность заключается только в изменении масштабного коэффициента $(1+C_p/C_1)$, таком же как и для передаточной функции (132).

Рассмотрим третью схему — неинвертирующий интегратор с *SC*-инвертором (рис. 24,*г*). Она представлена на рис. 60,*а* с реальными ключами и их паразитными емкостями. В качестве генератора входного сигнала применен источник напряжения на первом ОУ. Как обычно, сразу исключаем паразитные емкости C_{p1} и C_{p6}, по аналогичным причинам опускаем емкости C_{p3}, C_{p4} (их обе обкладки соединены с «землей»). Упрощенная схема, где учтены только паразитные емкости C_{p2} и C_{p5}, изображена на рис. 60,*б*. Для выяснения эффектов, вызванных действием этих ем-

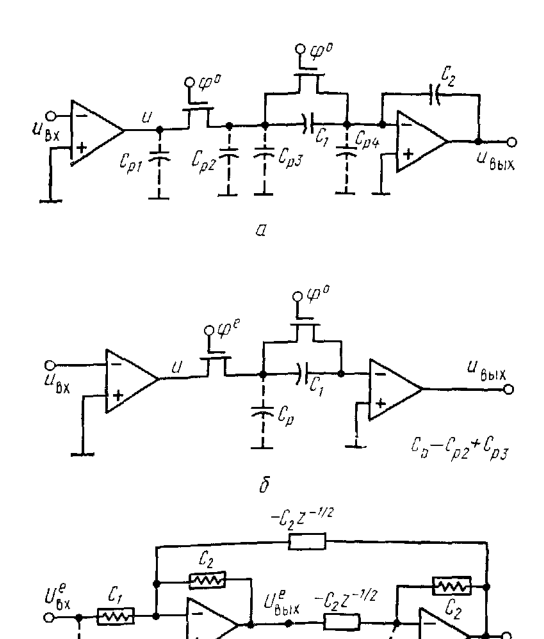


Рис. 59. Схемы инвертирующего интегратора (рис. 40,*а*) с паразитными емкостями ключей

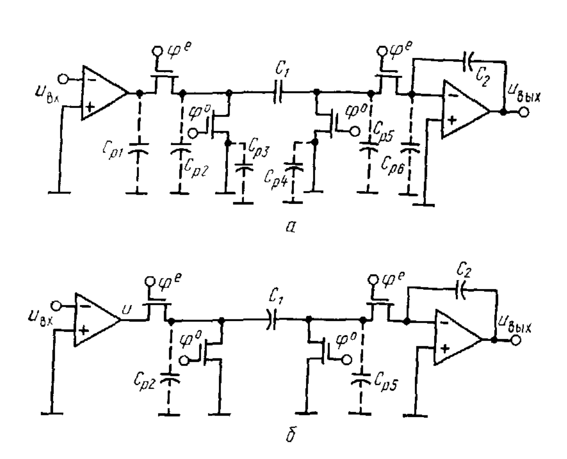


Рис. 60. Схемы неинвертирующего интегратора с паразитными емкостями ключей

костей, рассмотрим работу схемы при переключении ключей в течение одного периода тактовых импульсов.

Когда ключи φ^e замкнуты, а ключи φ^o разомкнуты, емкости C_{p2} и C_1 подключены непосредственно к источнику напряжения и заряжаются до напряжения U. При этом паразитная емкость C_{p5} закорочена на «землю» через ключ φ^e и не заряжается. После замыкания ключа φ^e и замыкания φ^o емкость C_{p2} разряжается на «землю», незаряженная емкость C_{p5} подключена к виртуальной «земле» и конденсатор C_1 передает свой заряд на C_2 без погрешностей. Другими словами, паразитные емкости ключей не влияют на характеристики этого интегратора. Заметим, что это достигнуто при включении инвертирующего элемента (рис. 24,*г*) между источником напряжения (т. е. выходом первого ОУ) и виртуальной «землей». Именно такое включение, обеспечивающее некритичность характеристик к паразитным емкостям, использовано впоследствии при создании схем звеньев второго порядка на двух операционных усилителях и соответственно фильтров n-го порядка на n операционных усилителях.

Только что рассмотрен неинвертирующий интегратор, в котором отсутствуют паразитные эффекты. Используя модифицированный незаземленный конденсатор, переключаемый в противофазе (рис. 24,*н*), можно получить схему инвертирующего интегратора с аналогичными свойствами. Его передаточная функция будет идентична передаточной функции идеального интегратора, схема которого приведена на рис. 59. Схема *SC*-элемента и ее модификация показаны на рис. 61. Нетрудно убедиться, что обе схемы функционально идентичны. Рассмотрим инвертирующий интегратор, схема которого с реальными МОП-ключами и их паразитны-

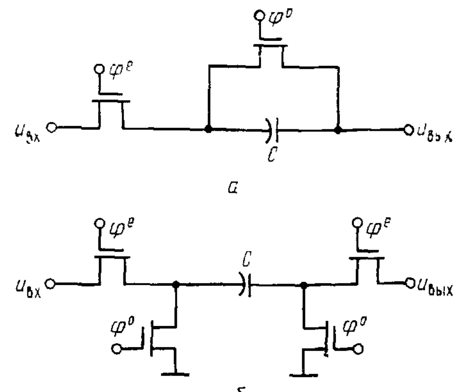


Рис. 61. Схема незаземленного конденсатора с противофазными ключами (*а*) и ее модификация для исключения паразитных эффектов (*б*)

ми емкостями показана на рис. 62,*а*. Как и в схеме на рис. 60, можно сразу опустить паразитные емкости C_{p1}, C_{p3}, C_{p4} и C_{p6}, тогда упрощенная схема примет вид на рис. 62,*б*. Анализируя работу этой схемы на протяжении одного такта (аналогично схеме на рис. 60,*б*), можно убедиться, что ее выходное напряжение $U_{вых}$ не зависит от

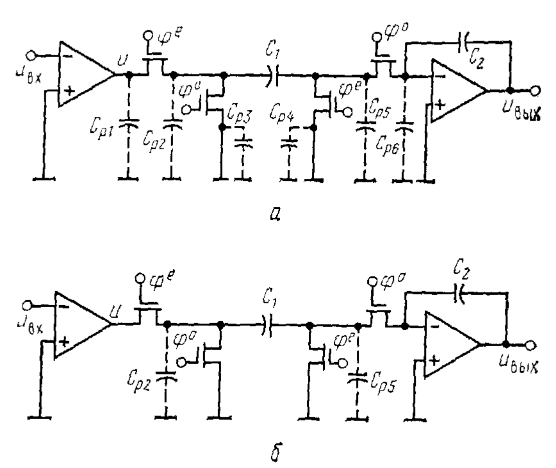


Рис. 62. Модифицированная схема инвертирующего интегратора с паразитными емкостями ключей

емкостей C_{p2} и C_{p5}. При замкнутых ключах φ^e и разомкнутых φ^o паразитная емкость C_{p2} заряжена до напряжения U и это же напряжение полностью приложено к конденсатору C_2 через конденсатор C_1. В это время емкость C_{p5} подключена к виртуальной «земле» и напряжение на ней не изменяется. При замыкании ключей φ^o и размыкании φ^e емкости C_1, C_{p2}, C_{p5} разряжаются. Следовательно, характеристики рассматриваемой схемы, как и той, что приведена на рис. 60, не подвержены влиянию паразитных емкостей ключей. Нижние обкладки конденсаторов обеих схем желательно соединить непосредственно или через ключ с источником напряжения. Отметим, что, как и в предыдущем случае, для исключения паразитных эффектов важно подключать переключаемый конденсатор между источником напряжения и виртуальной «землей».

Наряду с интегратором без потерь можно также реализовать без паразитных эффектов демпфированные инвертирующий и неинвертирующий интеграторы, как показано на рис. 63,*а*,*в* соответственно. Читатель может в качестве упражнения самостоятельно убедиться, что характеристи-

ки этих схем не зависят от паразитных емкостей ключей. Заметим, что верхние обкладки конденсаторов C_1, C_3 синхронно переключаются между «землей» и инвертирующим входом ОУ ключами, обведенными на рис. 63,*а*, *в* штриховой линией. При таком переключении можно совместить функции ключей, преобразовав схемы, как показано на

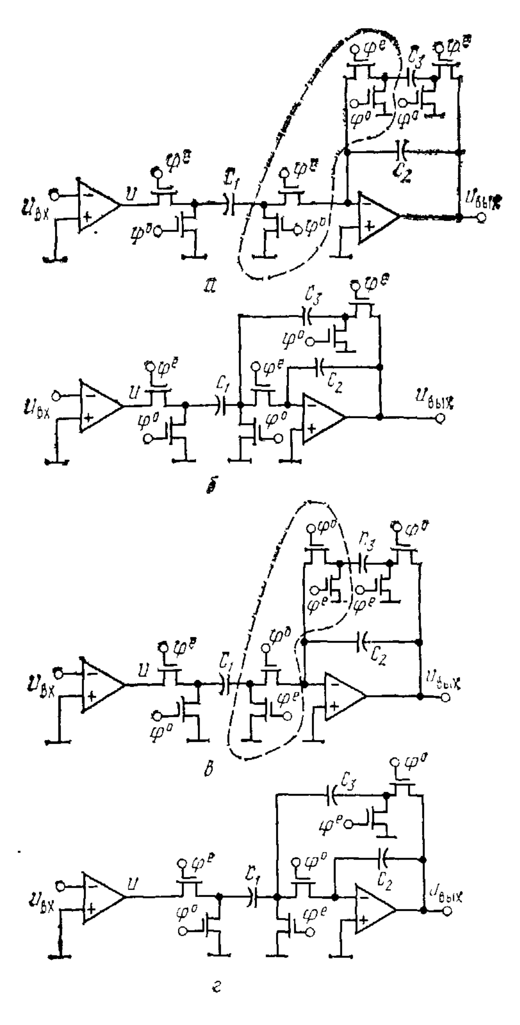


Рис. 63. Демпфированные интеграторы, нечувствительные к действию паразитных емкостей:

а — инвертирующий; *б* — инвертирующий с меньшим числом ключей; *в* — неинвертирующий; *г* — неинвертирующие с меньшим числом ключей

Таблица 4

Передаточные функции и эквивалентные схемы интеграторов без паразитных эффектов

Тип интегратора	Эквивалентная схема	Передаточные функции
Неинвертирующий		$\frac{U^o_{вых}}{U^e} = \frac{(C_1/C_2)\, z^{-1/2}}{1-z^{-1}}$ $\frac{U^e_{вых}}{U^e} = \frac{(C_1/C_2)\, z^{-1}}{1-z^{-1}}$
Инвертирующий		$\frac{U^e_{вых}}{U^e} = \frac{-C_1/C_2}{1-z^{-1}}$ $\frac{U^o_{вых}}{U^e} = \frac{-(C_1/C_2)\, z^{-1/2}}{1-z^{-1}}$
Демпфированный неинвертирующий		$\frac{U^o_{вых}}{U^e} = \frac{\frac{C_1}{C_2+C_3} z^{-1/2}}{1-\frac{C_1}{C_2+C_3} z^{-1}}$ $\frac{U^e_{вых}}{U^e} = \frac{\frac{C_1}{C_2+C_3} z^{-1}}{1-\frac{C_2}{C_2+C_3} z^{-1}}$
Демпфированный инвертирующий		$\frac{U^e_{вых}}{U^e} = \frac{-\frac{C_1}{C_2+C_3}}{1-\frac{C_2}{C_2+C_3} z^{-1}}$ $\frac{U^o_{вых}}{U^e} = \frac{-\frac{C_1}{C_2+C_3} z^{-1/2}}{1-\frac{C_2}{C_2+C_3} z^{-1}}$

рис. 63,*б*,*г*, при этом характеристики интеграторов не изменятся. Очевидно, что такая модификация позволяет сэкономить два ключа, что весьма существенно при построении фильтров высокого порядка. Для удобства применения эквивалентные схемы и передаточные функции интеграторов без потерь и демпфированных интеграторов, в которых отсутствуют паразитны эффекты, сведены в табл. 4. Эти интеграторы первого порядка использованы в последующих разделах в качестве элементарных звеньев при построении активных *SC*-фильтров высокого порядка без паразитных эффектов[1] [21—23]. Не требуется, чтобы минимальная емкость МОП-конденсатора таких фильтров намного превышала паразитные емкости ключей, которые могут составлять примерно 0,1—0,2 пФ. Это позволяет не только повысить точность реализации частотных характеристик, но и более эффективно использовать площадь кристалла [21]. Следует заметить, что при применении изолирующих подложек, например сапфировых, все упомянутые паразитные емкости становятся пренебрежимо малыми. Тогда *SC*-элементы и схемы, которые были характеризованы ранее как неприемлемые из-за чрезмерной зависимости характеристик от паразитных емкостей, оказываются вполне пригодными для построения прецизионных фильтров. В настоящее время некоторые фирмы используют технологические процессы «кремний на сапфире» (КНС-технология), однако пока нет сведений о применении этой технологии для производства *SC*-фильтров. Возможно, это объясняется большей стоимостью кристаллов, полученных по КНС-технологии, чем обычных кремниевых МОП-кристаллов.

6. АКТИВНЫЕ *SC*-ЗВЕНЬЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В этой главе рассмотрена обобщенная схема активного *SC*-звена второго порядка [23], реализующего устойчивую биквадратичную передаточную функцию, заданную в *z*-области выражением (68). Для удобства переписываем его:

$$H(z)=\frac{N(z)}{D(z)}=\frac{\gamma+\varepsilon z^{-1}+\delta z^{-2}}{1+\alpha z^{-1}+\beta z^{-2}}. \qquad (134)$$

[1] Здесь и далее автор имеет в виду только эффекты, обусловленные паразитными емкостями ключей. Другие эффекты, например зависимость характеристик от инерционности ОУ, здесь не рассматриваются. — *Прим. ред.*

Далее будет показано, что все частные передаточные функции второго порядка, приведенные в табл. 1, легко реализуются с помощью схем, пригодных для реализации обобщенной передаточной функции (134).

6.1. ОБОБЩЕННАЯ СХЕМА ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

Все рассматриваемые далее схемы являются частными случаями обобщенной схемы активного *SC*-звена второго порядка, которая показана на рис. 64,*а*. Эта схема имеет большое сходство с активной *RC*-схемой на трех ОУ, полученной согласно методу переменных состояния (рис. 64,*б*). Инвертирующий усилитель исключен из схемы за счет использования *SC*-инвертора на основе конденсатора *A*. В результате активное *SC*-звено состоит только из двух интеграторов: первый — инвертирующий, второй — неинвертирующий. Демпфирование обеспечивается конденсатором *E* и переключаемым конденсатором *F*. Пока оставим в схеме оба конденсатора, хотя во всех конкретных случаях применения обобщенной схемы используется только один из них (тогда общее число конденсаторов равно 9).

Нули передаточной функции реализуются с помощью нескольких путей прямой передачи сигнала через переключаемые конденсаторы *G*, *H*, *I*, *J*. Как будет показано далее, обычно требуется не более двух из них и тогда в большинстве случаев можно ограничиться только семью конденсаторами. Схема на рис. 64,*а* дает ясное представление о ее принципе построения и функционирования. Для практики более эффективна ее модификация, которая получена заменой наборов аналогично функционирующих ключей одним ключом, как сделано на рис. 64,*в* применительно к демпфированному интегратору. Такая модификация позволяет сэкономить 16 ключей при идентичности электрических характеристик исходной и модифицированной схемы.

Схема на рис. 64,*а* построена на основе прецизионных интеграторов, в которых отсутствуют паразитные эффекты (см. гл. 5). Это свойство сохраняется и при замене нескольких ключей одним. Для уменьшения трудоемкости начертания схем каждая пара ключей φ^e, φ^o изображена на рис. 64,*в* символически в виде переключателя на два положения. Указанное на рис. 64 положение переключателей соответствует четным интервалам. На нечетных временных интервалах переключатель занимает другое положение.

Ранее отмечалась аналогия между схемами *SC*-фильтра и активного *RC*-звена. В частности, при $E=0$ *SC*-схема очень близка по структуре к активному *RC*-звену на трех ОУ с несколькими входами, с тем лишь различием, что в ней отсутствует инвертор напряжения, так как он вообще не требуется в *SC*-цепях. Несмотря на указанную анало-

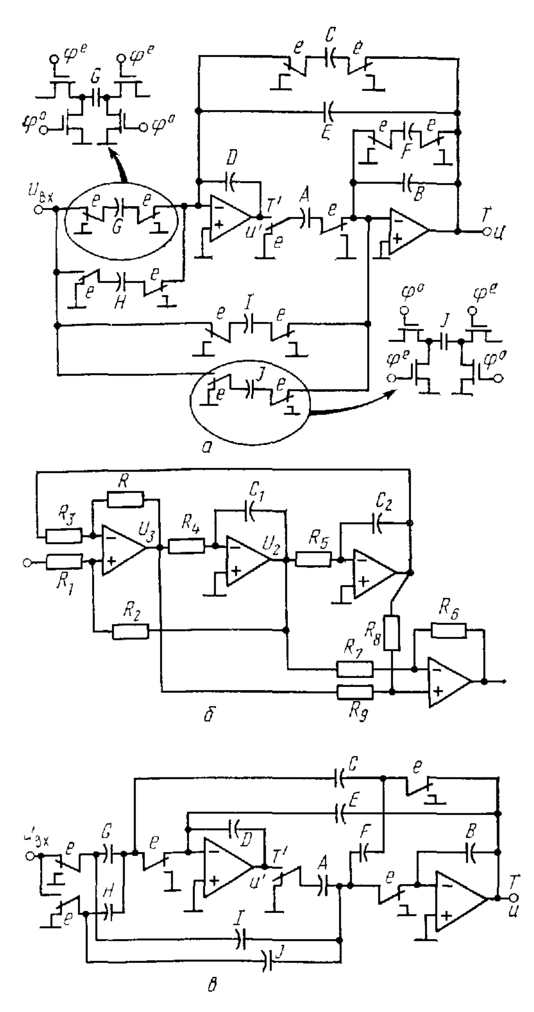


Рис 64. Обобщенная схема активного *SC*-звена второго порядка, нечувствительная к воздействию паразитных емкостей (*а*), схема активного *RC*-эквивалента (*б*) и *SC*-схема с минимальным числом ключей (*в*)

тию, активные SC-цепи предоставляют большие возможности при разработке конкретных фильтров. Так, например, из-за невозможности подгонять емкости конденсаторов при настройке и их относительной дороговизне активные RC-звенья второго порядка конструируют так, чтобы число конденсаторов было минимально, т. е. равно двум. Это ограничение вовсе не обязательно переносить на активные RC-схемы, которые служат прототипом при получении SC-схем путем замещения резисторов переключаемыми конденсаторами. Более того, далее будет показано, что можно получить интересные и эффективные схемные решения, если не придерживаться указанного ограничения.

Перед определением передаточных функций зададим форму входного сигнала и импульсные последовательности, управляющие ключами. Как и для всех рассмотренных схем для простоты предположим, что импульсы последовательностей φ^e и φ^o не перекрываются и имеют скважность, равную двум. Входной сигнал сохраняет неизменное значение между моментами взятия выборок, т. е. в течение периода $\tau = 2T$ (рис. 65). Фазирование ключей SC-звена выбрано для обработки именно такого входного сигнала. В разд. 6.4 будет показано, что схему можно использовать и в случаях, когда не налагается столь жесткого ограничения на форму входного сигнала. При оговоренных условиях справедливо соотношение

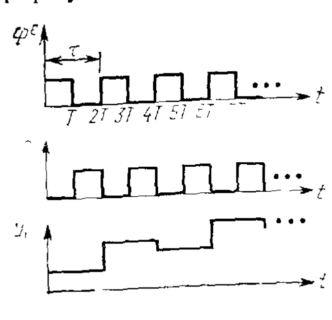


Рис. 65. Форма управляющих и входного сигналов

$$U^o{}_{вх}(z) = z^{-1/2} U^e{}_{вх}(z). \qquad (135а)$$

Тогда выходные напряжения операционных усилителей также постоянны на протяжении такта и изменяются только в четные моменты времени kT, так что

$$U^o{}_{вых}(z) = z^{-1/2} U^e{}_{вых}(z). \qquad (135б)$$

Это можно предположить, качественно анализируя работу схемы на рис. 64,*а*. Так как входное и выходное напряжения фиксированы в течение периода τ, то вся необходимая информация о свойствах цепи содержится в передаточной функции для четных компонентов напряжения. Далее для простоты во всех уравнениях индекс e опущен.

Получим передаточные функции напряжения T' и T звена на рис. 64. Для этого с помощью эквивалентных

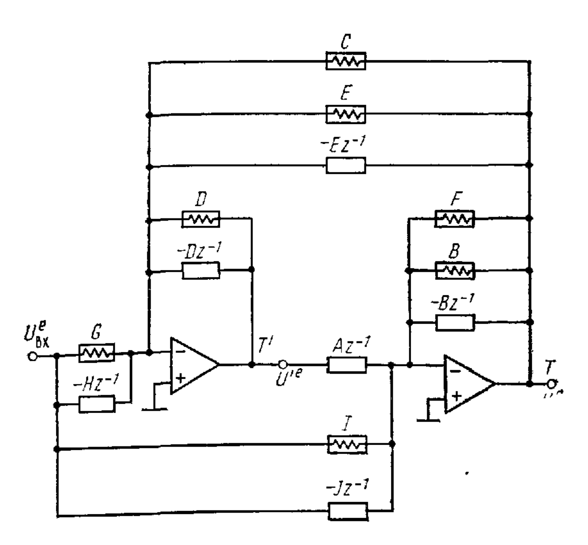


Рис. 66. Эквивалентная схема звена второго порядка (рис. 64) в z-области

схем на рис. 25 построим эквивалентную схему в z-области (рис. 66). Непосредственный анализ этой схемы с помощью метода узловых зарядов дает следующие передаточные функции:

$$T=\frac{U}{U_{\text{вх}}}=-\frac{Az^{-1}\left(G-Hz^{-1}\right)+D\left(1-z^{-1}\right)\left(I-Jz^{-1}\right)}{Az^{-1}\left(C+E-Ez^{-1}\right)+D\left(1-z^{-1}\right)\left(F+B-Bz^{-1}\right)}=$$

$$=-\frac{DI+(AG-DI-DJ)z^{-1}+(DJ-AH)\,z^{-2}}{D\,(F+B)+(AC+AE-DF-2BD)\,z^{-1}-(BD-AE)\,z^{-2}}\;; \tag{136}$$

$$T'=\frac{U'}{U_{\text{вх}}}=\frac{\left(I-Jz^{-1}\right)\left(C+E-Ez^{-1}\right)-\left(G-Hz^{-1}\right)\left(F+B-Bz^{-1}\right)}{Az^{-1}\left(C+E-Ez^{-1}\right)+D\left(1-z^{-1}\right)\left(F+B-Bz^{-1}\right)}=$$

$$=\frac{(IC+IE-GF-GB)+(FH+BH+BG-JC-JE-IE)z^{-1}+(EJ-BH)z^{-2}}{D\,(F+B)+(AC+AE-DF-2DB)\,z^{-1}+(DB-AE)\,z^{-2}}. \tag{137}$$

Расчет схемы существенно упрощается, если положить емкости $A=B=D=1$. Позже значение A выбирается при подгонке масштабных коэффициентов в функциях T' и T с целью получения максимального динамического диапазо-

на[1]. С помощью емкостей B и D контролируют суммарную емкость на инвертирующих входах ОУ. Таким образом, две группы емкостей (C, D, E, G, H) и (A, B, F, I, J) можно произвольно и независимо друг от друга масштабировать, не изменяя передаточных функций T и T', поскольку значения всех напряжений зависят только от отношения емкостей одной группы. Подставляя $A=B=D=1$ в (136) и (137), получаем упрощенные передаточные функции

$$T=-\frac{I+(G-I-J)z^{-1}+(J-H)z^{-2}}{(F+1)+(C+E-F-2)z^{-1}+(1-E)z^{-2}}, \quad (138)$$

$$T'=\frac{(IC-IE-FG-G)+(FH+H+G-JC-JE-IE)z^{-1}+(EJ-H)z^{-2}}{(F+1)+(C+E-F-2)z^{-1}+(1-E)z^{-2}}. \quad (139)$$

Сначала отметим некоторые неочевидные свойства передаточной функции T. Ее полюсы и нули определяются разными емкостями; величины C, E, F влияют только на координаты полюсов, а G, H, I, J только на координаты нулей. Такое уникальное свойство, насколько известно авторам, не присуще активным RC-звеньям второго порядка. Значения коэффициентов числителя можно выбирать независимо друг от друга, что позволяет реализовать любые (физически реализуемые) нули передаточной функции. В [23] доказано, что, используя для демпфирования только конденсатор E (т. е. при $F=0$), можно реализовать любые устойчивые полюсы. При использовании демпфирующего конденсатора F реализуемы все устойчивые полюсы за исключением случая, имеющего только академический интерес: пара действительных полюсов расположена симметрично относительно начала координат ($z=0$). Кроме того, реализуем только один неустойчивый полюс (т. е. расположенный за пределами единичного круга), который должен быть действительным. Поэтому любые изменения емкостей не приведут к неустойчивости высокодобротных полюсов. Доказательство этого положения оставим как упражнение для читателя.

Рассматривая передаточную функцию T', отметим, во-первых, очевидный факт — ее полюсы совпадают с полюсами функции T; во-вторых, коэффициенты числителя T'

---

[1] Здесь и далее под динамическим диапазоном сигнала понимается максимально допустимая амплитуда напряжения. Причины, ограничивающие эту величину, и методика масштабирования функций и параметров элементов цепей для достижения ее максимума рассмотрены в [Д2, Д4]. — *Прим. ред.*

формируются по более сложным правилам и не могут выбираться независимо друг от друга (как для функции T). Тем не менее известны случаи, когда, снимая выходной сигнал в узле T', можно получить более экономичные реализации заданной передаточной функции, чем при съеме сигнала в узле T.

При детальном анализе эквивалентной схемы на рис. 66 обнаруживаются довольно интересные варианты SC-цепей, состоящих из пар переключаемых конденсаторов (I, J) и (G, H), которые служат для формирования нулей передаточной функции. Эти варианты показаны на рис. 67 для конденсаторов I, J. Заменяя I на G и J на H, можно получить аналогичные эквивалентные схемы для пары конденсаторов G, H. Необходимым условием эквивалентности схем, приведенных на рис. 67, является подключение за-

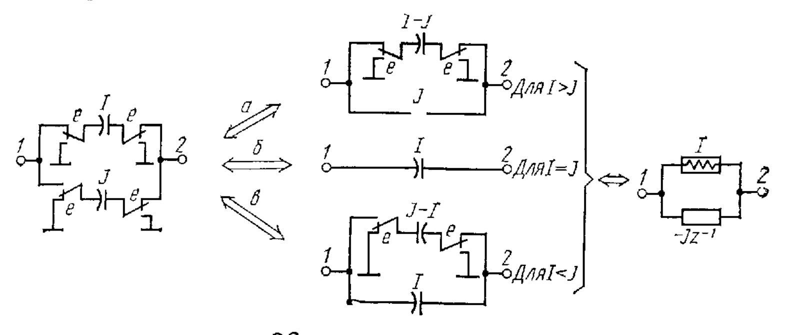


Рис. 67. Преобразования SC-цепи.

Зажимы 1 и 2 предполагаются подключенными к источнику напряжения и виртуальной «земле» соответственно

жима 1 к источнику напряжения, а зажима 2 к виртуальной «земле» операционного усилителя. Кроме того, требуется фиксация напряжения источника в течение всего такта (далее это условие будет снято). Применяя варианты переключаемых SC-цепей на базе схемы рис. 64, можно построить семейство эффективных активных SC-цепей второго порядка.

Подчеркнем, что при $I=J$ параллельное соединение двух переключаемых конденсаторов оказалось эквивалентно одному непереключаемому. Это совершенно неожиданный результат ввиду эквивалентности переключаемого конденсатора резистору, которая обычно применима к SC-цепям. Заметим, что переключаемый конденсатор I (и G) реализует сопротивление, полученное методом обратной разности (ОР-резистор), а конденсатор J (и H) — отрицательное сопротивление, полученное методом прямой разности (ПР-

резистор). Не стоит удивляться, когда впоследствии аналогичный «странный» результат будет получаться при совместном использовании двух элементов, реализующих проводимости в z-области, полученные с помощью преобразования методами прямой и обратной разностей.

Показанная на рис. 67 эквивалентность схем наряду с академической ценностью определяет практические степени свободы при синтезе звеньев второго порядка. Например, если $I=J$, то можно не только исключить из схемы один конденсатор и восемь ключей. Полученная таким образом схема обычно имеет и меньшую чувствительность к дестабилизирующим факторам, поскольку теперь можно сказать, что изменения емкостей I и J согласованы идеально. Преобразование SC-цепи, состоящей из пары переключаемых конденсаторов, полезно и в случае $I \neq J$, так как при этом можно уменьшить чувствительность или общую емкость конденсаторов, требуемую для реализации заданной передаточной функции. Например, при $I=13$ пФ, $J=12$ пФ с помощью преобразования, показанного на рис. 67,*а*, можно получить новые емкости $I-J=1$ пФ и $J=12$ пФ. Очевидно, что преобразования, аналогичные рассмотренным, можно применить и к парам конденсаторов C, E и B, F.

6.2. ЦЕПИ ТИПА E И F

Для целей синтеза удобно разделить два варианта применения схемы на рис. 64,*в*: когда для демпфирования интегратора используется конденсатор E ($F=0$) и когда демпфирование осуществляется с помощью конденсатора F ($E=0$). В [25] эти схемы названы E- и F-схемами соответственно. Их передаточные функции (при $A=B=D=1$), найденные из (138) и (139), имеют вид

$$T_E = -\frac{I + (G-I-J)\,z^{-1} + (J-H)\,z^{-2}}{1+(C+E-2)\,z^{-1}+(1-E)\,z^{-2}}, \qquad (140а)$$

$$T'_E = \frac{(IC+IE-G)+(H+G-JC-JE-IE)\,z^{-1}+(EJ-H)\,z^{-2}}{1+(C+E-2)\,z^{-1}+(1-E)\,z^{-2}}, \qquad (140б)$$

$$T_F = -\frac{\hat{I}+(\hat{G}-\hat{I}-\hat{J})\,z^{-1}+(\hat{J}-\hat{H})\,z^{-2}}{(\hat{F}+1)+(\hat{C}-\hat{F}-2)\,z^{-1}+z^{-2}}, \qquad (141а)$$

$$T'_F = -\frac{(\hat{G}\hat{F}+\hat{G}-\hat{I}\hat{C})+(\hat{J}\hat{C}-\hat{F}\hat{H}-\hat{H}-\hat{G})\,z^{-1}+\hat{H}z^{-2}}{(\hat{F}+1)+(\hat{G}-\hat{F}-2)\,z^{-1}+z^{-2}}. \qquad (141б$$

Параметры F-схемы помечены значком «$\wedge$», чтобы отличать их от параметров E-схемы.

Проведем сравнительный анализ этих передаточных функций. Числители одинаковы у функций $T_Г$ и $\hat{T}_Г$ и совершенно различны у функций T'_E и T'_F. Поэтому при реализации заданной передаточной функции E- и F-цепями с выходным сигналом U передаточные функции T', как и динамический диапазон сигнала в узле U', могут быть совершенно различными. Аналогичная ситуация имеет место при съеме выходного сигнала в узле U'. Это приведет к тому, что после масштабирования емкостей для получения максимального динамического диапазона их величины для F-цепи будут отличаться от емкостей E-цепи, следовательно, окажутся разными и суммарные емкости конденсаторов, требуемые для реализации заданной передаточной функции. Кроме того, все четыре возможные способа реализации заданной передаточной функции, как правило, различаются и по чувствительности.

Теперь рассмотрим реализацию биквадратичной передаточной функции (заданной в z-области) с помощью схем E и F. Процедура получения такой передаточной функции по передаточной функции аналогового фильтра рассмотрена в разд. 2.5 (соответствующие результаты будут широко использованы далее). Билинейное преобразование гарантирует преобразование устойчивых полюсов, лежащих в s-плоскости, в устойчивые полюсы в z-плоскости; при этом свойства передаточной функции $T(s)$ в полосе пропускания переносятся на передаточную функцию $T(z)$. Поэтому для получения координат полюсов в z-плоскости используем именно такое преобразование. Найдя полюсы, можно выбрать нули передаточной функции в соответствии с техническим заданием.

Пусть знаменатель скорректированной передаточной функции в z-области имеет вид

$$\hat{D}(s)=s^2+as+b. \tag{142}$$

Тогда, подставив в (142) вместо s его выражение согласно билинейному преобразованию (55а) и приравняв коэффициенты полученного полинома коэффициентам знаменателя передаточной функции $T_E(T'_E)$ из (102) при соответствующих степенях z, найдем емкость конденсаторов E-схемы:

$$E=\frac{a\tau}{1+a\,\tau/2+b\,\tau^2/4}, \tag{143а}$$

$$C=\frac{b\,\tau^2}{1+a\,\tau/2+b\,\tau^2/4}. \tag{143б}$$

Аналогично получим емкости конденсаторов F-схемы:

$$\hat{F}=\frac{a\tau}{1-a\,\tau/2+b\,\tau^2/4}\,, \qquad (144а)$$

$$\hat{C}=\frac{b\,\tau^2}{1-a\,\tau/2+b\,\tau^2/4}\,, \qquad (144б)$$

где τ — длительность такта.

Заметим, что при заданной в z-области передаточной функции вида (134) выражения для C, E или $\hat{C}$, $\hat{F}$ определяются приравниванием коэффициентов полинома в знаменателе (134) коэффициентам полиномов знаменателей соответствующих функций T_E или T_F. Эти выражения имеют вид

$$E=1-\beta, \qquad (145а)$$

$$C=1+\beta+\alpha, \qquad (145б)$$

$$\hat{F}=(1-\beta)/\beta, \qquad (146а)$$

$$\hat{C}=(1+\alpha+\beta)/\beta. \qquad (146б)$$

Получив емкости C, E или $\hat{C}$, $\hat{F}$, величины G, H, I, J или $\hat{G}$, $\hat{H}$, $\hat{I}$, $\hat{J}$ можно найти по требуемому расположению нулей или коэффициентам числителя передаточной функции. Для этого в [25] получен полный набор расчетных выражений для E- и F-цепей, которые охватывают случаи реализации всех передаточных функций из табл. 1. Для случаев, представляющих наибольший практический интерес, эти выражения воспроизведены в табл. 5. Там же указаны условия упрощения схемной реализации, полученные приравниванием к нулю максимально возможного числа емкостей G, H, I, J или $\hat{G}$, $\hat{H}$, $\hat{I}$, $\hat{J}$. Поэтому, выполнив эти условия (не единственно возможные), можно уменьшить число конденсаторов. Кроме того, там, где возможно, наложены ограничения $G=H$, $I=J$ или $\hat{G}=\hat{H}$, $\hat{I}=\hat{J}$.

После расчета емкостей, необходимых для реализации заданных полюсов и нулей, остается выбрать масштабные коэффициенты передаточных функций T_E, T'_E (или T_F, T'_F), так чтобы получить максимальный динамический диапазон, и пронормировать емкости конденсаторов, подключенных к одному и тому же суммирующему узлу. Для удобства нормирование следует осуществлять относительно минимальной емкости, тогда минимальное нормированное значение емкости будет равно единице[1].

---

[1] При практической реализации фильтра эта так называемая «единичная» емкость полагается равной минимальной величине, допускаемой используемой технологией (C_{min}=0,2—0,5 пФ), независимо от абсолютного значения, найденного по соотношениям табл. 5 — *Прим. ред.*

Таблица 5

Соотношение номиналов E- и F*)-цепей для реализации заданных нулей передаточной функции

Тип звена	Расчетные выражения	Расчетные выражения для упрощенной реализации
ФНЧ20	$I=\|K\|$, $G-I-J=2\|K\|$, $J-H=\|K\|$	$I=J=\|K\|$, $G=4\|K\|$, $H=0$
ФНЧ11	$I=0$, $G-I-J=\pm\|K\|$, $J-H=\pm\|K\|$	$I=0$, $J=\|K\|$, $G=2\|K\|$, $H=0$
ФНЧ10	$I=\|K\|$, $G-I-J=\|K\|$, $J-H=0$	$I=\|K\|$, $J=0$, $G=2\|K\|$, $H=0$
ФНЧ02	$I=0$, $G-I-J=0$, $J-H=\pm\|K\|$	$I=J=0$, $G=0$, $H=\|K\|$
ФНЧ01	$I=0$, $G-I-J=\pm\|K\|$, $J-H=0$	$I=J=0$, $G=\|K\|$, $H=0$
ФНЧ00	$I=\|K\|$, $G-I-J=0$, $J-H=0$	$I=\|K\|$, $J=0$, $G=\|K\|$, $H=0$
ПФ10	$I=\|K\|$, $G-I-J=0$, $J-H=-\|K\|$	$I=\|K\|$, $J=0$, $G=H=\|K\|$
ПФ01	$I=0$, $G-I-J=+\|K\|$, $J-H=+\|K\|$	$I=0$, $J=\|K\|$, $G=H=0$
ПФ00	$I=\|K\|$, $G-I-J=-\|K\|$, $J-H=0$	$I=\|K\|$, $J=0$, $G=H=0$
ФВЧ	$I=\|K\|$, $G-I-J=-2\|K\|$, $J-H=\|K\|$	$I=J=\|K\|$, $G=H=0$
ФВЧ-Р и ФНЧ-Р	$I=\|K\|$, $G-I-J=\|K\|\varepsilon$, $J-H=\|K\|$	$I=J=\|K\|$, $G=\|K\|\{2-\varepsilon\}$, $H=0$
ФЗ ($\beta>0$)	$I=\|K\|\beta$, $G-I-J=\|K\|\alpha$, $J-H=\|K\|$	$I=\|K\|\beta$, $J=\|K\|$, $G=\|K\|(1+\beta+\alpha)=\|K\|C$, $H=0$
Общий случай ($\gamma>0$)	$I=\gamma$, $G-I-J=\varepsilon$, $J-H=\delta$	$I=\gamma$, $J=\delta+\chi$, $G=\gamma+\delta+\varepsilon+\chi$, $H=\chi\geqslant 0$

*) $\hat{G}=G(1+\hat{F})$, $\hat{H}=H(1+\hat{F})$, $\hat{I}=I(1+\hat{F})$, $\hat{J}=J(1+\hat{F})$.

Как известно, с помощью специальных программ машинного анализа цепей можно найти масштабные коэффициенты функций T, T', при которых достигается равенство максимальных значений напряжений U и U' при заданном коэффициенте передачи звена (на некоторой фиксированной частоте). Для подгонки уровня напряжения U' (т. е. масштабного коэффициента функции T') следует масштабировать только емкости A и D. Другими словами, если желательно изменить масштабный коэффициент функции передачи напряжения на выход U' так, чтобы

$$T' \to \mu T', \tag{147}$$

то единственное, что требуется сделать — это промасштабировать емкости A и D следующим образом:

$$(A,\ D) \to (A/\mu,\ D/\mu). \tag{148}$$

Масштабный коэффициент функции T при этом не изменяется. С помощью сигнального графа схемы можно убедиться в корректности описанной процедуры. Заметим, что A и D являются единственной парой конденсаторов, подключенных к выходу первого ОУ.

Аналогично можно показать, что когда требуется изменить масштабный коэффициент передаточной функции T', т. е.

$$T \to \nu T, \tag{149}$$

то нужно промасштабировать следующие емкости:

$$(B,\ C,\ E,\ F) \to (B/\nu,\ C/\nu,\ E/\nu,\ F/\nu). \tag{150}$$

После получения удовлетворительных уровней напряжения на выходах обоих ОУ желательно пронормировать емкости конденсаторов, подключенных непосредственно или через ключи к одному и тому же входу ОУ. По этому признаку можно выделить две группы емкостей:

группа 1: емкости (C, D, E, G, H);

группа 2: емкости (A, B, F, I, J).

Емкости одной группы нормируются так, чтобы минимальная величина оказалась равной единице. Это облегчает определение максимального отношения емкостей, требуемого для реализации заданной передаточной функции, и создает основу для сравнения различных реализаций по суммарной емкости конденсаторов. Нормирование емкостей завершает расчет схем активных SC-звеньев второго порядка. Каждый шаг этого расчета будет продемонстрирован на конкретном примере в разд. 6.5.

6.3. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

Чувствительность характеристик E- и F-цепей примерно такая же, как у любого аналогичного активного RC-звена второго порядка. В этом нетрудно убедиться [25], исследуя выражения для добротности Q и частоты ω_0 полюсов и соответствующие функции чувствительности при относительно высоких добротностях. Любая пара комплексно-сопряженных полюсов в z-плоскости дает в знаменателе передаточной функции сомножитель вида

$$D(z)=1+\alpha z^{-1}+\beta z^{-2}=(1-re^{j\theta}z^{-1})(1-re^{-j\theta}z^{-1})=$$
$$=1-(2r\cos\theta)z^{-1}+r^2z^{-2}. \qquad (151)$$

По аналогии с описанием непрерывных цепей ($e^{s\tau}=$ $=e^{(\sigma+j\omega_p)\tau}=re^{j\theta}$, где $\omega_p\approx\omega_0$ для высокодобротных полюсов) для случая $\omega_0\tau\ll 1$, $Q\gg 1$ можно записать следующие выражения, включающие частоту ω_0 и добротность Q полюсов в s-плоскости:

$$\sigma\tau=\ln r\approx\theta/(2Q),\ \theta\approx 2\pi\omega_0/\omega_s=\omega_0\tau. \qquad (152)$$

При $r\approx 1$ разложение функции $\ln r$ в ряд Тейлора дает $\ln r\approx r-1$, тогда

$$1/(2Q)\approx(r-1)/\theta=(r-1)/(\omega_0\tau). \qquad (153)$$

Решая это уравнение относительно r, получаем

$$r\approx 1-\omega_0\tau/(2Q). \qquad (154)$$

Подставляя выражение для r в (151), находим

$$\alpha\approx -2(1-\omega_0\tau/(2Q))\cos\omega_0\tau, \qquad (155а)$$
$$\beta\approx(1-\omega_0\tau/(2Q))^2. \qquad (155б)$$

Аппроксимируя эти выражения, найдем окончательные соотношения коэффициентов характеристического полинома $D(z)$ и параметров полюсов в s-плоскости:

$$\alpha\approx -2(1-\omega_0\tau/(2Q))(1-\omega^2{}_0\tau^2/2)\approx -2+$$
$$+\omega_0\tau/Q+\omega^2{}_0\tau^2, \qquad (156а)$$
$$\beta\approx 1-\omega_0\tau/Q. \qquad (156б)$$

Сначала исследуем чувствительность E-цепи. Знаменатель ее передаточной функции (136б) после ряда несложных преобразований можно записать в виде

$$D_E(z)=1+\left(-2+\frac{AC}{DB}+\frac{AE}{DB}\right)z^{-1}+\left(1-\frac{AE}{DB}\right)z^{-2}. \qquad (157)$$

Сравнивая коэффициенты этого полинома с соответствующими выражениями (156), получаем

$$\omega_0\tau/Q \approx AE/(DB), \quad (158а)$$

$$\omega^2_0\tau^2 \approx AC/(DB), \quad (158б)$$

откуда

$$\omega_0\,\tau \approx \sqrt{AC/(DB)}, \quad (159а)$$

$$Q \approx \frac{1}{E}\sqrt{DBC/A}. \quad (159б)$$

Аналогично для F-цепи можно найти

$$\omega_0\,\tau \approx \sqrt{\hat{A}\hat{C}/(\hat{D}\hat{B}+\hat{D}\hat{F})}, \quad (160а)$$

$$Q \approx \sqrt{(\hat{A}\hat{C}/\hat{D}\hat{F})(1+\hat{B}/\hat{F})}. \quad (160б)$$

Анализ выражений (159) и (160) показывает, что значения ω_0 и Q зависят от отношений четырех или пяти емкостей. Более того, очевидно, что

$$|S_x^{\omega_0}| \leqslant 1/2 \text{ и } |S_x^Q| \leqslant 1, \quad (161)$$

где x — емкость любого конденсатора E- или F-цепи. Этот результат хорошо согласуется с аналогичными данными по низкочувствительным активным RC-звеньям на базе интегraторов, где частота ω_0 определяется по крайней мере четырьмя пассивными элементами (т. е. двумя постоянными времени RC). Как правило, отношение емкостей выдерживается намного точнее, чем значения емкостей и сопротивлений отдельных элементов, поэтому реализуемые на практике активные SC-звенья имеют меньшие, чем их RC-аналоги, технологические допуски на исходные (до подстройки) характеристики и лучшую стабильность при изменении температуры и старении элементов. Длительность такта τ задается обычно стабильным кварцевым генератором и предполагается неизменной. На практике, как правило, наибольший вклад в нестабильность характеристик звена вносит отклонение частоты ω_0, однако в некоторых немногочисленных случаях применения относительно велико и влияние отклонения добротности Q. В связи с этим заметим, что чувствительность добротности активных SC-звеньев так же мала, как и у низкочувствительных активных RC-звеньев.

Конечно, определенное влияние на чувствительность характеристик звена имеет и числитель передаточной функции[1]. Однако проанализировать этот аспект проблемы в

[1] См. работу [Д.6]. — *Прим. ред.*

общем случае не удается, это имеет смысл только для конкретного случая при учете всех особенностей решаемой задачи. Тем не менее можно сделать некоторые предположения, сравнивая числители передаточных функций (136) и (137). Выражение числителя функции T' проще, чем функции T, поэтому, вероятно, при прочих равных условиях схемные реализации с выходным сигналом U' менее чувствительны, чем реализации с выходным сигналом U. Однако строгое доказательство этого вывода для общего случая отсутствует.

Следует заметить, что при анализе чувствительности активных SC-цепей можно использовать многопараметрический критерий статистической чувствительности[1]. При использовании этой меры анализируют передаточные функции вида $H(e^{j\omega\tau})$, предполагая $z^{-k}=e^{-jk\omega\tau}$ и изменяя по случайному закону емкости конденсаторов. Изменения отдельных емкостей, конечно, коррелированы, коэффициент корреляции при соответствующем конструировании достигает 0,9 [26].

6.4. МОДИФИКАЦИЯ СХЕМЫ ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА ВХОДНОЙ СИГНАЛ ФИКСИРОВАН НА ВРЕМЕННЫ́Х ИНТЕРВАЛАХ, МЕНЬШИХ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ТАКТА

Ранее предполагалось, что входной сигнал фиксирован на интервалах, равных длительности такта. Это условие принято для упрощения анализа, оно не является принципиальным. Рассмотрим более общий случай, когда длительность такта по-прежнему равна τ, но дискретизированный входной сигнал сохраняет неизменное значение только в течение интервала $\tau_e<\tau$. Индекс e соответствует четным интервалам в пределах такта, нечетные интервалы обозначаем через τ_0 ($\tau_0=\tau-\tau_e$). Предполагается, что входной сигнал на этом интервале не обрабатывается цепью. Эта концепция иллюстрируется на рис. 68.

При входном сигнале, вид которого показан на рис. 68,*а*, звено (рис. 64) функционирует нормально в следующих частных случаях. Во-первых, при $H=0$ и $J=0$. Если учесть, что в течение интервалов τ_o сигнал поступает на вход цепи только через конденсаторы H и J, то при их отсутствии цепь просто «не замечает» входного напряжения в эти промежутки времени. Во-вторых, нормальное функционирование обеспечивается при $I=J$ и $H=0$ или $G=H$ и $J=$

---

[1] См. работу [Д.7]. — *Прим. ред.*

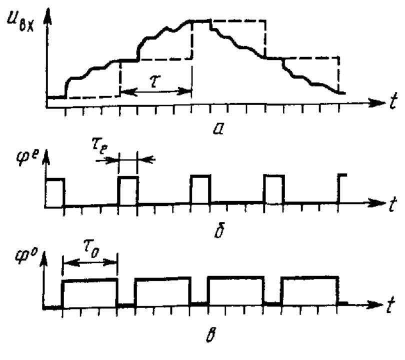


Рис. 68. Форма управляющих сигналов и входного сигнала, не фиксированного на протяжении всего такта

$=0$. Тогда схему на рис. 64 можно привести к виду, показанному на рис. 69. Свойства исходной схемы на рис. 64 сохраняются, несмотря на то, что входной сигнал не является неизменным на протяжении всего периода дискре-

Рис. 69. Модифицированные схемы звена второго порядка для работы с входным сигналом, не фиксированным в течение такта. Выходные напряжения ОУ U и U' кусочно-постоянные

тизации. Это достигается заменой непереключаемого конденсатора $I=J$ или $G=H$ переключаемым, который создает пути прохождения сигнала только в течение интервалов τ_e. Этот тип конденсатора рассмотрен в гл. 3. Его эквивалентная схема представлена на рис. 25,*б*. К сожалению, такое решение проблемы не является общим.

Схемы на рис. 64 могут быть модифицированы изменением на обратное фазирования ключей, переключающих конденсаторы *A*, *H* и *J*. Результирующая схема показана на рис. 70 (схема на рис. 70,*б* является упрощенным вариантом с меньшим числом ключей, чем в схеме на рис.

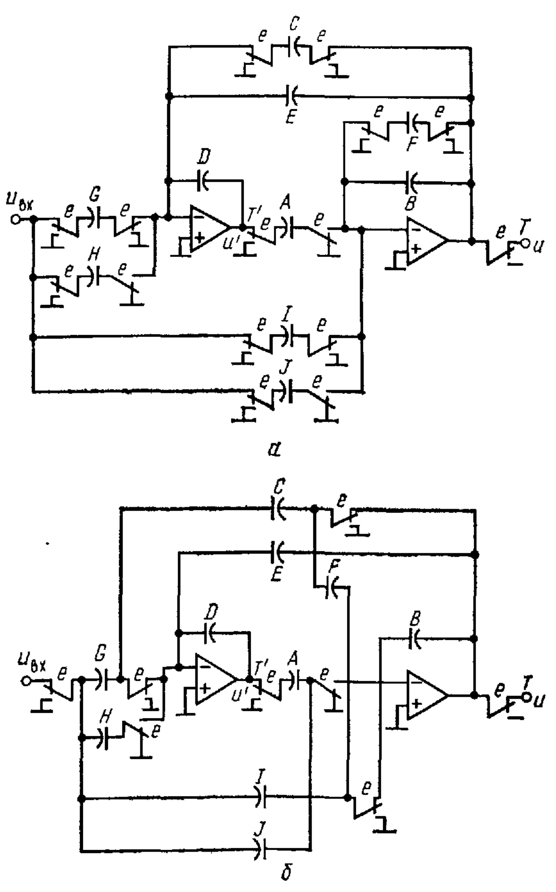


Рис. 70. Обобщенная схема активного *SC*-звена для работы с в[illegible]ным сигналом, не фиксированным в течение такта (использовано новое фазирование ключей, переключающих конденсаторы *H*, *J*, *A*) (*а*), и вариант схемы с меньшим числом ключей (*б*)

70,*а*). Эти схемы построены так, что входной сигнал воздействует на них только в течение четных интервалов времени, реакция на сигнал в нечетные интервалы отсутствует. Следовательно, выходной сигнал, соответствующий заданной передаточной функции, наблюдается только в течение четных интервалов времени. При необходимости иметь постоянный выходной сигнал на протяжении всего такта к выходу схем на рис. 70 следует подключить устройство выборки и запоминания.

Для доказательства того, что схемы на рис. 70 действительно обладают желаемыми свойствами, построим их эквивалентные схемы в z-области (рис. 71), используя эквивалентные схемы на рис. 24. Новое фазирование ключей

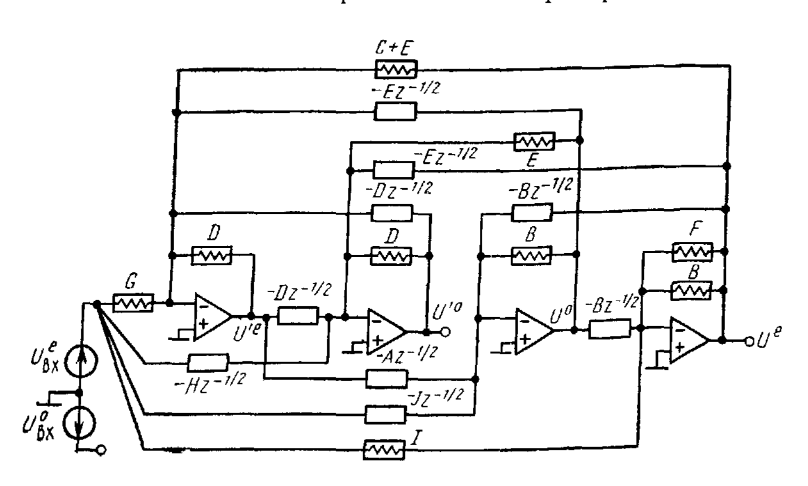


Рис. 71. Эквивалентная схема активного SC-звена, изображенного на рис. 70

привело к тому, что нечетная составляющая напряжения $U^o{}_{вх}$ не воздействует на цепь. Для удобства анализа предположим, что $\tau_e=\tau_o=\tau/2$, т. е. скважность управляющих импульсов равна 2. Это не умаляет общности анализа, так как искомая передаточная функция содержит только целые степени переменной z^{-1} и, по определению, $\tau_e+\tau_o=\tau$. При $\tau_e<\tau/2$ желаемые характеристики схем можно получить, выбирая соответствующую скважность сигналов φ^e, φ^o, управляющих ключами (не равную 2). Составляя уравнения зарядов для четырех узлов схемы, соединенных с виртуальной «землей», получаем следующую систему уравнений:

$$GU^e_{\text{вх}}+DU'^e-D\,z^{-1/2}\,U'^o+(C+E)\,U^e-E\,z^{-1/2}\,U^o=0, \quad (162)$$

$$-H\,z^{-1/2}\,U^e_{\text{вх}}+DU'^o-D\,z^{-1/2}\,U'^e+EU^o-E\,z^{-1/2}\,U^e=0, \quad (163)$$

$$IU^e_{\text{вх}}+(F+B)\,U^e-B\,z^{-1/2}\,U^o=0, \quad (164)$$

$$-J\,z^{-1/2}\,U^e_{\text{вх}}-A\,z^{-1/2}\,U'^e+BU^o-B\,z^{-1/2}\,U^e=0. \quad (165)$$

Выполнив несложные подстановки, исключим из уравнений напряжения U^o и U'^o и получим следующие два уравнения:

$$(I-J\,z^{-1})\,U^e_{\text{вх}}+(F+B-B\,z^{-1})\,U^e-A\,z^{-1}U'^e=0, \quad (166)$$

$$(G-H\,z^{-1})\,U^e_{\text{вх}}+D\,(1-z^{-1})\,U'^e+(C+E-E\,z^{-1})\,U^e=0. \quad (167)$$

Можно убедиться, что эти уравнения идентичны уравнениям узловых зарядов, описывающих эквивалентную схему на рис. 66. Таким образом, на четных интервалах времени передаточные функции звена снова имеют вид (136), (137), что и требовалось доказать. Следует отметить, что на нечетных интервалах зависимость между входным напряжением $U^e_{\text{вх}}$ и выходными напряжениями U' и U'^o выражается совершенно другими функциями передачи. Нечетные компоненты выходных напряжений можно выразить через соответствующие четные компоненты и входное напряжение $U^e_{\text{вх}}$:

$$U^o=z^{1/2}\,[(1+F/B)\,U^e+(I/B)\,U^e_{\text{вх}}], \quad (168)$$

$$U'^o=z^{1/2}\,[z^{-1}\,U'^e-(E/D)\,(1+F/B-z^{-1})\,U^e+ +(EI/(DB)-(H/D)\,z^{-1})\,U^e_{\text{вх}}]. \quad (169)$$

Отметим, что при условии $F=I=0$ $U^e=z^{-1/2}U^o$, следовательно, выходное напряжение U фиксировано в течение всего такта. При $E=H=0$ фиксируется напряжение U'. Отсюда следует, что в некоторых частных случаях можно получить выходные напряжения, неизменные на протяжении всего такта, даже когда входной сигнал не представлен в кусочно-постоянной форме. Для уменьшения чувствительности характеристик звена или суммарной емкости его конденсаторов следует преобразовать *SC*-цепи, состоящие из двух переключаемых конденсаторов, аналогично тому, как показано на рис. 67. Соответствующие правила преобразования и общая эквивалентная схема в z-области для рассматриваемого звена показаны на рис. 72. Как и при преобразованиях на рис. 67, эквивалентность цепей имеет место только при подключении узла *1* переключаемой цепи к

источнику напряжения, а узла 2 — к виртуальной «земле». Более того, при указанных на рис. 72 эквивалентных преобразованиях сохраняется нечувствительность характеристик звена к паразитным эффектам, которая присуща исходной схеме на рис. 70.

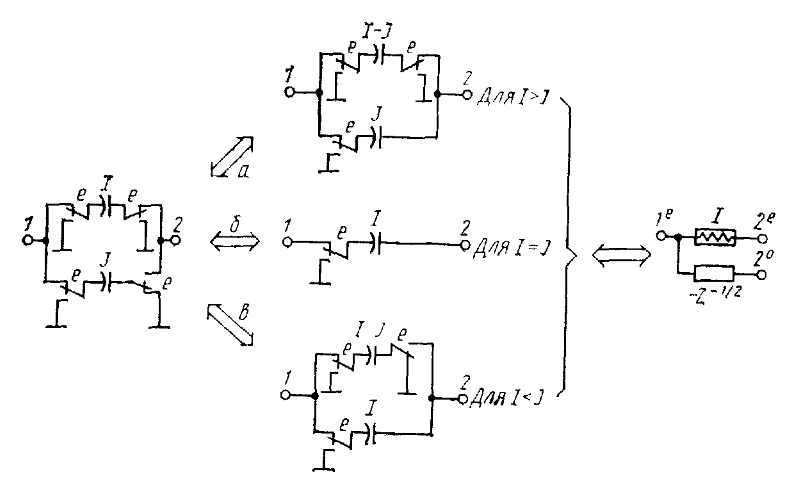


Рис. 72. Преобразования SC-элемента звена, изображенного на рис. 70

6.5. ПРИМЕРЫ

В этом разделе приведены примеры расчета звеньев второго порядка. На примере ФНЧ-звена с нулями передаточной функции продемонстрирована типовая методика расчета емкостей конденсаторов. Особенности расчета ПФ-звеньев рассмотрены во втором примере.

ФНЧ-звено с комплексными нулями передаточиой фуикции (ФНЧ-Р). Требуется реализовать передаточную функцию, задаииую в s-области следующим выражением:

$$T(s) = \frac{H_B\left(s^2+\omega_z^2\right)}{s^2+(\omega_p/Q_p)\,s+\omega_p^2} = \frac{0,891975\,s^2+1,140926\cdot 10^8}{s^2+356,047\,s+1,140926\cdot 10^8}. \tag{170}$$

Звено с такой передаточиой функцией имеет максимальный коэффициент передачи на частоте $f_p=1700$ Гц, добротность полюсов $Q=30$, коэффициент передачи, равный 1 на нулевой частоте и 0 на частоте $f_z=1800$ Гц. Зададим тактовую частоту 128 кГц (т. е. $\tau=7{,}8125$ мкс).

Передаточную функцию в z-областн $T(z)$ удобно получить путем билинейного преобразования передаточной функции $T(s)$. Коррекцня этой функции по частоте не требуется, так как наиболее критичная

область АЧХ звена расположена на частотах, намного меньших тактовой частоты: $\omega_p\tau \ll 1$. В результате билинейного преобразования функции $T(s)$ найдем

$$T(z) = 0{,}89093 \frac{1 - 1{,}99220 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1{,}99029 z^{-1} + 0{,}99723 z^{-2}}. \qquad (171)$$

Заметим, что необходима высокая точность расчета коэффициентов этой функции. Однако это не означает высокую чувствительность характеристик звена к изменению параметров элементов, так как для реализации коэффициентов при степенях z^{-1} и z^{-2} как в числителе, так и в знаменателе $T(z)$ используются отношения емкостей конденсаторов.

Для реализации передаточной функции $T(z)$ используем только E- и F-цепи, так как они требуют наименьшего числа конденсаторов. Расчет элементов цепей достаточно прост. Емкости C, E и $\hat{C}$, $\hat{E}$ находим по коэффициентам (171) в соответствии с выражениями (145) и (146), полагая A, B, D и $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{D}$ равными единице.

Емкости конденсаторов G, H, I, J и $\hat{G}$, $\hat{H}$, $\hat{I}$, $\hat{J}$, участвующих в формировании нулей передаточной функции, рассчитывают исходя из условий упрощения цепи (см. строку ФНЧ-Р в табл 5). Полученные немасштабированные емкости конденсаторов E- и F- цепей приведены в табл. 6. Напомним, что при $I=J$ параллельное соединение переключаемых конденсаторов можно заменить одним непереключаемым конденсатором.

С помощью анализа на ЭВМ определено, что максимальные значения модулей передаточных функций T_E и T_F примерно равны 10,56 дБ, а аналогичные значения для функций T_E и T_F очень малы: $(T'_E)_{max} = -11{,}05$ дБ, $(T'_F)_{max} = -10{,}96$ дБ. В соответствии с (147) находим коэффициенты $\mu = 12{,}0365$ и $\hat{\mu} = 11{,}9124$. Масштабируя емкости A, D и $\hat{A}$, $\hat{D}$ относительно этих коэффициентов (см. (148)), получаем значения, приведенные в табл. 6, при которых динамический диапазон максимален. Окончательные значения емкостей найдем, масштабируя их значения так, чтобы минимальная емкость составляла 1 пФ, результирующие значения также приведены в табл. 6. Два способа реализации передаточной функции (171) показаны на рис. 73. Для случая, когда входной сигнал не фиксирован в течение всего такта, можно применить схему на рис. 69,*а* с соответствующим подбором фаз ключей φ^e и φ^o или ее модификацию на рис. 70, которую можно упростить с помощью эквивалентного преобразования *в* на рис. 72.

Сравнивая схемы на рис. 73, замечаем, что хотя начальные емкости были примерно одинаковы, суммарная емкость конденсаторов F-схемы почти в 12 раз превышает суммарную емкость конденсаторов E-схемы. Однако для объективности заметим, что возможны практические случаи, когда F-схемы оказываются гораздо эффективнее E-

Таблица 6

Результаты расчета при реализации ФНЧ-Р

E-цепь				*F*-цепь			
Параметр	Значение			Параметр	Значение		
	Немасштабированное	Масштабированное	Окончательное		Немасштабированное	Масштабированное	Окончательное
A, пФ	1,0	0,08308	1,0	$\hat{A}$, пФ	1,0	0,08395	30,1895
B, пФ	1,0	1,0	12,0365	$\hat{B}$, пФ	1,0	1,0	359,629
C, пФ	0,00694	0,00694	2,5035	$\hat{C}$, пФ	0,00696	0,00696	1,0
D, пФ	1,0	0,08308	29,9613	$\hat{D}$, пФ	1,0	0,08395	12,0591
E, пФ	0,00277	0,00277	1,0	$\hat{E}$, пФ	—	—	—
F, пФ	—	—	—	$\hat{F}$, пФ	0,00278	0,00278	1,0
G, пФ	0,00694	0,00694	2,5035	$\hat{G}$, пФ	0,00696	0,00696	1,0
H, пФ	—	—	—	$\hat{H}$, пФ	—	—	—
$I = J$, пФ	0,89093	0,89093	10,7238	$\hat{I} = \hat{J}$, пФ	0,89340	0,89340	321,293
ΣC, пФ	—	—	59,7	ΣC, пФ	—	—	726,1
σ_1, дБ	—	—	0,068	σ_1, дБ	—	—	0,068
σ_{1700}, дБ	—	—	1,233	σ_{1700}, дБ	—	—	1,271

схем. Обычно F-схемы предпочтительны для низкодобротных устройств, а E-схемы для высокодобротных. Строгое доказательство этого положения отсутствует, поэтому обоснованный выбор схем F- или E-типа можно сделать, только проверив все их варианты.

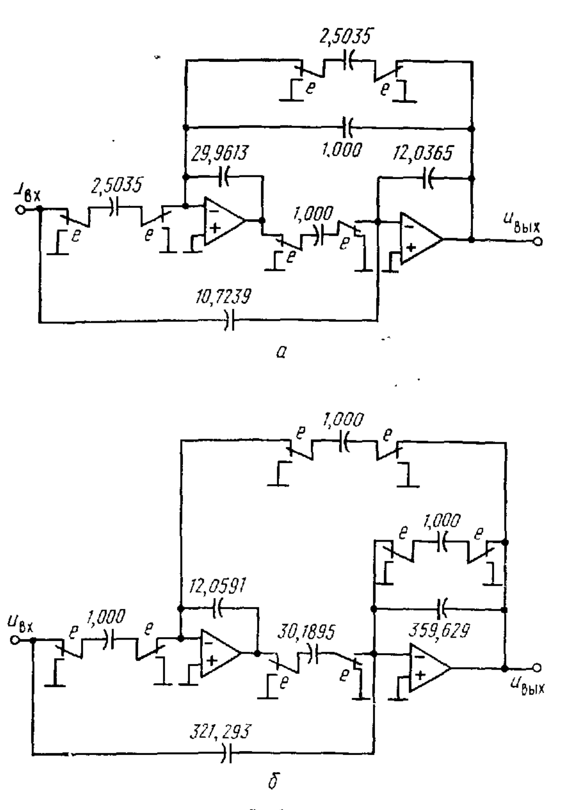


Рис. 73. Реализация передаточной функции типа ФНЧ-Р E-цепью (*а*) и F-цепью (*б*)

Для сравнения статистических свойств схем на рис. 73 они были исследованы методом Монте-Карло[1] в предположении, что все емкости не коррелированы и имеют равномерное распределение плотности вероятностей при допуске $\pm 1\%$. Полученные средние квадратические отклонения модуля передаточной функции от номинального значения $\Delta|T|$ на частотах 1 Гц (σ_1) и 1700 Гц (σ_{1700}) приведены в табл. 6. Эти характеристики свидетельствуют о том, что E-цепь, более эффективная по занимаемой на кристалле площади, имеет также несколько меньшую чувствительность. Читатель должен учитывать,

[1] См. работу [Д.7]. — *Прим. ред.*

что хотя полученные статистические характеристики и пригодны для сравнения различных вариантов схем, однако являются весьма пессимистическими в отношении их чувствительности при МОП-реализации. Известно, что отклонения емкостей конденсаторов на одном кристалле очень коррелированы, поэтому можно обеспечить отклонение отношений емкостей, не превышающее 0,1%.

Звено ПФ10. Рассмотрим реализацию полосовой передаточной функции ПФ10 (67) при $\tau=125$ мкс. Как показано на рис. 23, при ее билинейном преобразовании появляется нуль передачи $z=-1$, который обеспечивает бесконечное затухание на частоте, равной половине частоты дискретизации (4 кГц). Приведем окончательные результаты реализации звена с помощью E- и F-цепей, когда выходным сигналом является напряжение U. С аналогичными цепями, где выходным является напряжение U', а также с цепями, реализующими функции вида ПФ00 (68), читатель может познакомиться в [25]. Последние занимают на кристалле примерно на 20% меньшую площадь, однако имеют меньшее затухание на высоких частотах. Этот проигрыш в затухании менее заметен при больших частотах дискретизации, поэтому в таких случаях предпочтительны звенья с передаточными функциями типа ПФ00.

В табл. 7. для E- и F-цепей (рис. 74) приведены окончательные значения емкостей, суммарные емкости конденсаторов, а также среднее квадратическое отклонение амплитудно-частотной характеристики

Таблица 7

Результаты расчета при реализации передаточной функции ПФ10 (67) E- и F-цепями

Параметр	E цепь	F-цепь	Параметр	E цепь	F-цепь
A, пФ	9,8305	14,9449	F, пФ	—	1,0
B, пФ	8,2030	11,9760	$G=H$, пФ	1,5812	1,0
C, пФ	17,8651	11,2946	I, пФ	1,0	1,5825
D, пФ	15,5435	9,4436	ΣC, пФ	55,0233	51,2416
E, пФ	1,0	—	σ_{1633}	0,2738	0,2524

на частоте 1633 Гц (σ_{1633}) (при независимых отклонениях емкостей на $\pm1\%$). Очевидно, что в этом примере F- и E-цепи примерно эквивалентны. Однако обобщение экспериментальных данных показывает, что при высоких добротностях и частотах дискретизации более эффективны E-цепи. Это положение иллюстрируется предыдущим примером, где $Q=30$. Заметим, что когда входной сигнал не фиксирован в течение всего такта, следует использовать модификации схем на рис. 69,б и рис. 70. При желании число ключей в схемах на рис. 73, 74 можно уменьшить, применив преобразования, показанные на рис. 64.

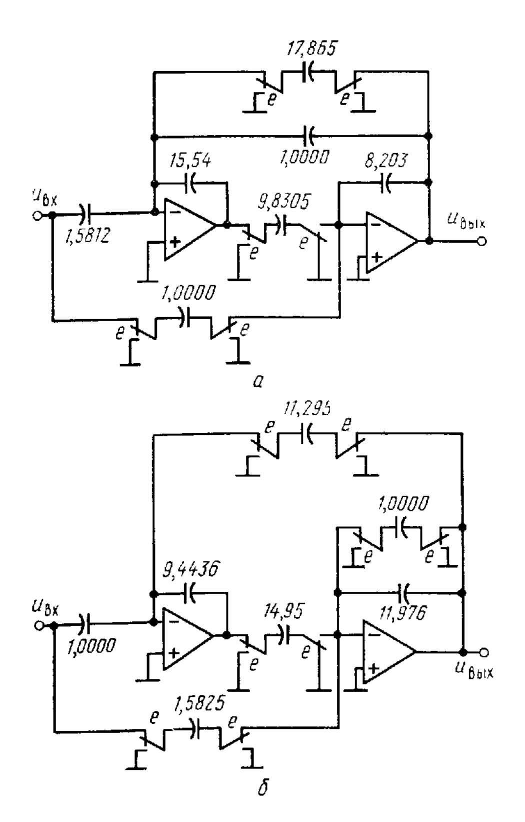


Рис. 74. Реализация передаточной функции типа ПФ10 (67) *E*-цепью (*а*) и *F*-цепью (*б*)

7. НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ РЕАЛИЗАЦИИ АКТИВНЫХ *SC*-ФИЛЬТРОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Все методы реализации передаточных функций высокого порядка активными *RC*-цепями в принципе применимы и для построения активных *SC*-фильтров высокого порядка. Наиболее практичными методами являются следующие:

1) каскадирование звеньев второго и первого порядков;

2) компонентная имитация лестничных LC-цепей;

3) применение многопетлевых структур на базе звеньев второго или первого порядков[1].

7.1. КАСКАДНЫЙ СИНТЕЗ

Каскадирование активных SC-звеньев, взаимодействие между которыми отсутствует, является наиболее простым способом построения фильтров высокого порядка. Как обычно, синтез каскадного фильтра начинается с получения передаточной функции в z-области $H(z)$ по техническим условиям на частотную характеристику или по заранее найденной передаточной функции N-го порядка в s-области. В последнем случае можно оперировать (корректировать характерные частоты, проводить билинейное преобразование) как с передаточной функцией всего фильтра N-го порядка, так и с отдельными сомножителями второго порядка, которые представляют собой передаточные функции звеньев. Второй путь, когда в качестве исходных используют сомножители, образованные объединением пары нулей передаточной функции фильтра с одной парой полюсов, легче, он приводит к вполне адекватным передаточным функциям в z-области. Передаточную функцию $H(z)$ можно, кроме того, синтезировать на ЭВМ с помощью программ аппроксимации непосредственно в z-области, при этом исходными данными являются технические условия на частотную характеристику обычного аналогового фильтра [27]. Для некоторых применений такой способ дает более эффективные передаточные функции, чем полученные с помощью билинейного преобразования. Вначале числитель и знаменатель функции $H(z)$ разлагается на сомножители второго порядка. Затем эти сомножители группируются и располагаются в определенном порядке для получения передаточных функций каскадов и задания порядка их следования. Это делается по алгоритмам, аналогичным тем, что используются для аналоговых фильтров в s-области[2].

Часто удается более эффективно использовать поверхность кристалла за счет применения нескольких тактовых частот, как показано на рис. 14. В ФВЧ-звеньях, которые обычно имеют малую частоту среза и относительно низкочастотную переходную полосу, тактовую частоту выбирают

---

[1] К этому методу автор относит также методы операционной имитации LC-прототипа [Д2, Д7]. — *Прим. ред.*

[2] См. работы [Д2, Д4]. — *Прим. ред.*

меньше, чем в ФНЧ- и ПФ-звеньях, которые, как правило, имеют более высокие частоты среза. Чтобы избежать трудностей, связанных с предотвращением эффекта наложения при низкой тактовой частоте, звенья фильтра с несколькими тактовыми частотами располагают, как показано на рис. 75. Такое построение наиболее эффективно в системах с аналоговым входом и дискретным или цифровым

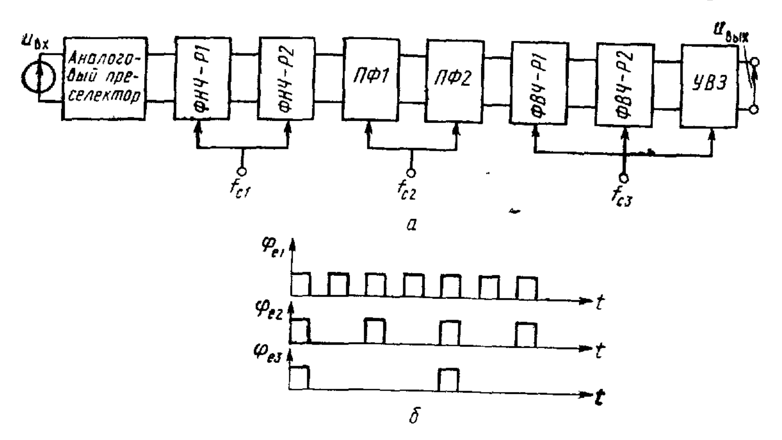


Рис. 75. Шестикаскадный фильтр с аналоговым входным и дискретным выходным сигналами

выходом, где восстановления сигнала не требуется. Если необходим гладкий непрерывный выходной сигнал, то на выходе применяется аналоговый восстанавливающий фильтр, сложность которого определяется требуемым затуханием на частотах выше наименьшей тактовой частоты. В схеме на рис. 75,*а* применяются три тактовые частоты: f_{c1} — в ФНЧ-звеньях, f_{c2} — в ПФ-звеньях и f_{c3} — в ФВЧ-звеньях ($f_{c1}>f_{c2}$ и f_{c3}), хотя в большинстве случаев достаточно двух частот при условии $f_{c1}=f_{c2}$. Для упрощения логических схем генераторов тактовых импульсов их частоты выбираются так, чтобы выполнялось бинарное соотношение, т. е.

$$f_{c1}=2^m f_{c3},\ f_{c2}=2^{m-k} f_{c3}.$$

Только неперекрывающиеся импульсные последовательности с частотой f_{c1} имеют скважность, равную двум; форма остальных последовательностей импульсов выбирается в соответствии с построениями на рис. 68. На рис. 75,*б* показаны четные управляющие импульсы $\varphi^e{}_i$. Нечетные импульсы $\varphi^o{}_i$ можно получить, подвергнув $\varphi^e{}_i$ операции логического инвертирования. Условия соединения звеньев с

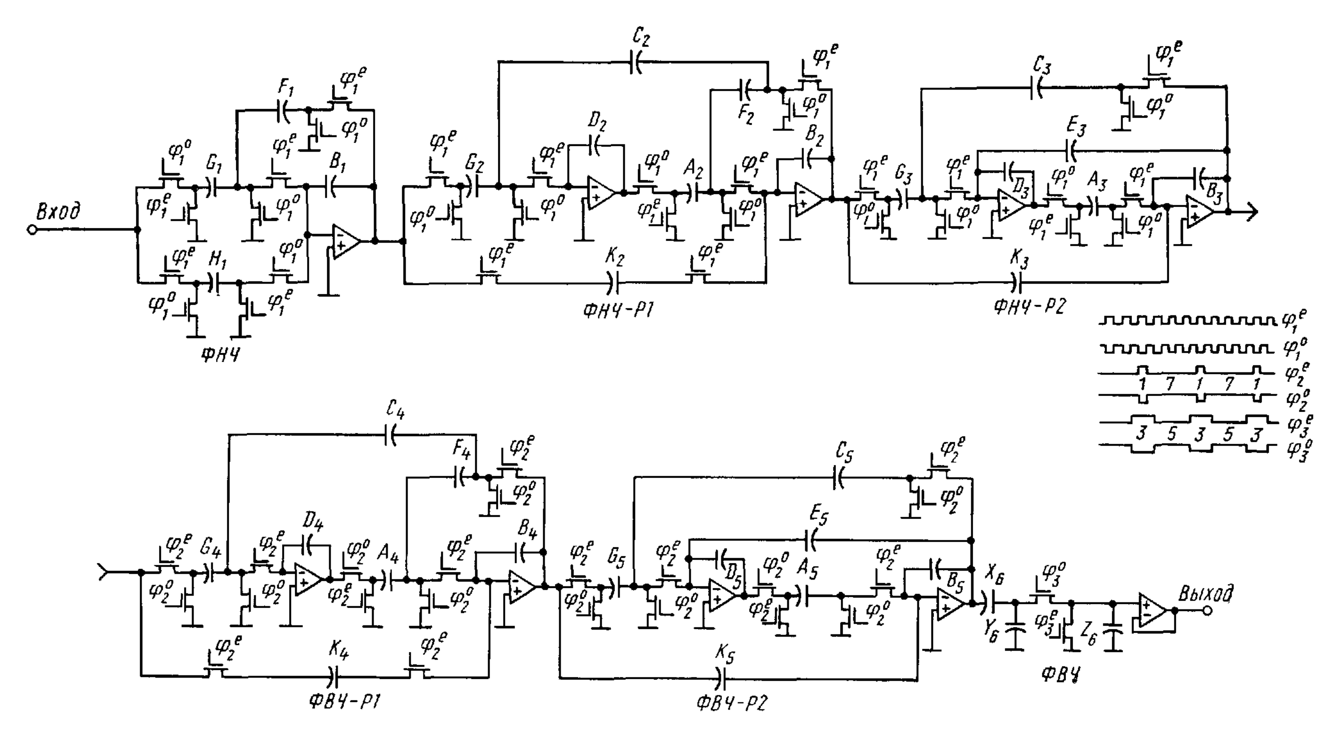


Рис. 76. Схема каскадного полосового активного *SC*-фильтра десятого порядка для звуковых частот и три пары сигналов, управляющих его ключами

различными тактовыми частотами в каскадном фильтре находят, базируясь на результатах разд. 6.4. Передаточная функция *SC*-фильтра при каскадном соединении звеньев с разными тактовыми частотами имеет вид

$$H = H_{\text{ФНЧ-Р1}}(z_1)\, H_{\text{ФНЧ-Р2}}(z_1)\, H_{\text{ПФ1}}(z_2) \times$$
$$\times H_{\text{ПФ2}}(z_2)\, H_{\text{ФНЧ-Р1}}(z_3)\, H_{\text{ФВЧ-Р2}}(z_3), \qquad (172)$$

где $z_i = e^{s\tau_i}$, $\tau_i = 1/f_{ci}$.

В качестве примера каскадного фильтра рассмотрим полосовой фильтр десятого порядка, схема которого представлена на рис. 76; там же приведены последовательности импульсов, управляющих ключами. Этот фильтр имеет полосовую АЧХ в области звуковых частот, показанную на рис. 77. Частота неперекрывающихся импульсных последовательностей φ^e_1 и φ^o_1 равна 100 кГц (их скважность равна 2), частота импульсов φ^e_2, φ^o_2 и φ^e_3, φ^o_3 равна 25 кГц. Эти управляющие сигналы, показанные на рис. 76, получены с помощью логической обработки тактовых импульсов с частотами 100 и 25 кГц.

Целесообразность применения таких управляющих сигналов поясним при более детальном изучении структурной схемы *SC*-фильтра. Первые три каскада являются ФНЧ-звеньям, одно звено первого порядка и два звена второго порядка с парами нулей передаточной функции на конечной частоте. В этих звеньях ключи переключаются с частотой 100 кГц. Первое звено ФНЧ обрабатывает непрерывный сигнал с выхода аналогового преселектора, беря выборки при замыкании как ключей φ^o_1, так и ключей φ^e_1. Это эквивалентно интерполяции и удвоению частоты дискретизации 100 кГц, что позволяет смягчить требования к избирательности аналогового преселектора. Выборки входного сигнала второго звена ФНЧ-Р1 берутся с частотой 100 кГц. В этом можно убедиться, рассмотрев функционирование ключей, подключающих входной сигнал к конденсаторам K_2 и G_2. При таком

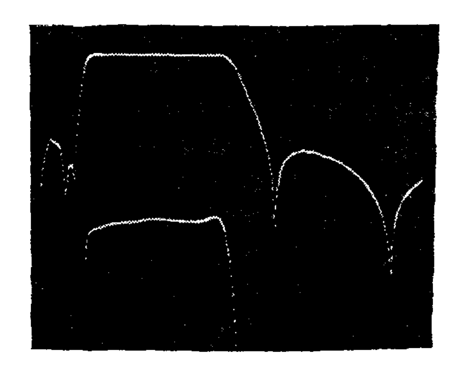


Рис 77. Осциллограмма амплитудно-частотной характеристики активного *SC*-фильтра, схема которого приведена на рис. 76

переключении только одна из двух выборок «наблюдается» вторым звеном, и его выходное напряжение изменяется один раз за период управляющего сигнала φ_1 (10 мкс). Так как выходной сигнал второго звена поддерживается постоянным в течение всего такта, то в схеме следующего звена ФНЧ-Р2 не требуется ключ, аналогичный тому, что подключает входное напряжение второго звена к конденсатору K_2. Выходное напряжение звена ФНЧ-Р2 также поддерживается постоянным в течение полного периода тактовых импульсов.

В качестве последних трех каскадов используются ФВЧ-звенья: два звена второго порядка с нулями передаточной функции и одно звено первого порядка. В этих звеньях тактовая частота равна 25 кГц. Меньшая тактовая частота, кроме отмеченных ранее эффектов, приводит к четырехкратному улучшению такого показателя, как отношение емкостей, необходимое для реализации заданной передаточной функции. При использовании управляющих сигналов $\varphi^e{}_2$ и $\varphi^o{}_2$ только одна из каждых четырех выборок выходного сигнала звена ФНЧ-Р2 воздействует на вход звена ФВЧ-Р1. Следовательно, выходные напряжения звеньев ФВЧ-Р1 и ФВЧ-Р2 изменяют свое значение один раз за тактовый период 40 мкс. Наряду с реализацией заданных частотных характеристик требуется, чтобы фильтр имел выходной сигнал в виде последовательности импульсов с нулевым исходным уровнем. Выходное напряжение должно принимать нулевое значение на интервалах времени, когда импульсы $\varphi^e{}_3$ имеют низкий уровень. Чтобы выполнить это требование, в последнем звене используется специальный управляющий сигнал φ_3, форма которого выбрана для получения выходного сигнала фильтра требуемого вида. Схема звена ФВЧ (на трех конденсаторах X_6, Y_6, Z_6) выбрана исходя из удобства преобразования поддерживаемого постоянным (на интервалах 40 мкс) выходного сигнала звена ФВЧ-Р1 к желаемому виду. Кроме того, звено ФВЧ устраняет постоянное напряжение смещения, которое создается в предыдущих каскадах. Влияние нагрузки на характеристики фильтра исключается благодаря включенному на выходе обычному в таких случаях повторителю на операционном усилителе.

Процедура расчета каскадного *SC*-фильтра во многом сходна с расчетом аналогового активного *RC*-фильтра, с той лишь разницей, что порядок следования каскадов здесь выбирается так, чтобы ослабились требования к избирательности аналогового преселектора и уменьшилась площадь, занимаемая фильтром на кристалле. Частоты и фор-

ма управляющих сигналов определяются целями расчета и желаемым видом выходного сигнала. Для упрощения реализации из всей передаточной функции фильтра выделяется ФНЧ-звено первого порядка. Еще одно звено первого порядка (ФВЧ) выделяется для удобства получения выходного сигнала желаемого вида с нулевым начальным смещением. Оставшиеся четыре звена второго порядка рассчитываются по методике, рекомендованной в гл. 6.

7.2. СИНТЕЗ НА ОСНОВЕ МНОГОПЕТЛЕВЫХ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

Синтез низкочувствительных активных *RC*-фильтров с помощью многопетлевых структурных схем на основе звеньев первого или второго порядка разработан достаточно хорошо[1]. При синтезе активных *SC*-цепей нет принципиальных ограничений для использования любой известной структурной схемы или метода расчета. Известно, что многопетлевые полосовые активные *RC*-фильтры наиболее удобно строить на базе ПФ-звеньев второго порядка. Нули передаточной функции обычно реализуют, вводя в схему дополнительные цепи прямой передачи сигнала или суммируя выходные сигналы отдельных звеньев. Такие способы реализации просты, однако не гарантируют оптимальных результатов. Другой путь получения схем с нулями передаточной функции заключается во введении этих нулей в передаточные функции звеньев, как при каскадном методе реализации, однако при этом расчет цепи значительно усложняется.

Один из методов построения многопетлевых полосовых фильтров с коммутируемыми конденсаторами [28] состоит в билинейном преобразовании (55а) сигнального графа (структурной схемы) многопетлевого активного *RC*-фильтра в сигнальный граф (структурную схему) в *z*-области. Полученный граф или структурную схему затем реализуют на основе *SC*-звеньев второго порядка (ФНЧ20, ПФ10, ФВЧ, ФНЧ-Р, ФВЧ-Р) по схеме на рис. 64, при этом отдельные *SC*-цепи преобразуют по правилам, приведенным на рис. 67. Известно, что многопетлевой активный *RC*-фильтр с полоснопропускающей симметричной амплитудно-частотной характеристикой строится на основе ПФ-звеньев второго порядка. Поэтому для создания *SC*-эквивалента такого фильтра, передаточная функция которого найдена путем билинейного преобразования, потребуются

---

[1] См работы [Д2, Д7]. — *Прим. ред.*

звенья типа ПФ10. Для примера рассмотрим схему симметричного полосового фильтра шестого порядка с черезвенной обратной связью на рис. 78,*а*. Применяя к каждому блоку этой схемы билинейное преобразование, получаем структурную схему в z-области (рис. 78,*б*), где

$$\hat{H}_{\beta i}=\frac{H_{\beta i}\,\tau}{1+\omega_0\,\tau/(2\,Q_i)+(\omega_0\,\tau)^2/4}\,, \tag{173а}$$

$$\alpha_i=\frac{2-(\omega_0\,\tau)^2/2}{1+\omega_0\,\tau/2\,Q_i+(\omega_0\,\tau)^2/4}\,, \tag{173б}$$

$$\beta_i=\frac{1-\omega_0\,\tau/Q_i+(\omega_0\,\tau)^2/4}{1+\omega_0\,\tau/Q_i+(\omega_0\,\tau)^2/4}\,. \tag{173в}$$

Заметим, что при $1/Q_i=0$, как во втором звене на рис. 78,*а*, $\beta_i=1$ и полюсы расположены на окружности с единичным радиусом, чего и следовало ожидать.

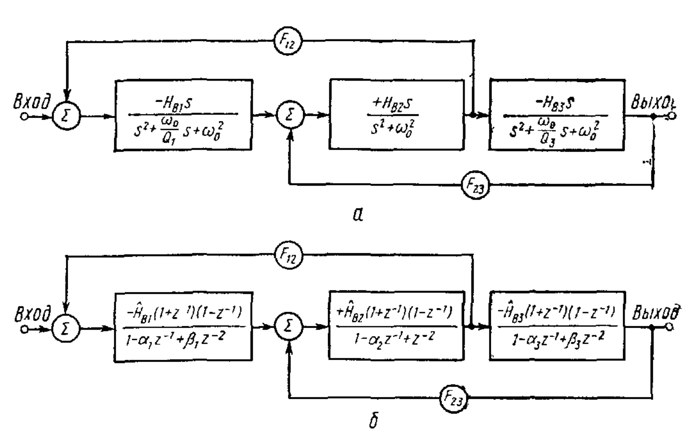


Рис. 78. Структурные схемы многопетлевого полосового фильтра шестого порядка для s-области (*а*) и для z-области (*б*)

Для реализаций передаточных функций фильтра, выполненного по схеме на рис. 78,*б*, необходимы как инвертирующие, так и неинвертирующие SC-цепи с передаточными функциями типа ПФ10. При такой структурной схеме фильтра все звенья, как правило, высокодобротные, поэтому для их реализации предпочтительны E-цепи. Одна инвертирующая SC-цепь для реализации передаточной функции ПФ10 показана на рис. 74,*а*. Другая схема с аналогичными характеристиками представлена на рис. 79. Заметим, что здесь передача входного сигнала осуществляется непереключаемыми конденсаторами L (для $G=H$) и

K (для $I=J$). Подставив $G=H=L$ и $I=J=K$ в числитель передаточной функции T_E (140а) и приравняв коэффициенты полученного выражения соответствующим коэффициентам числителя заданной передаточной функции $-\hat{H}_B(1-$ $-z^{-1})(1+z^{-1})$, найдем

$$K=\hat{H}_B,\ L=2\,\hat{H}_B. \tag{174}$$

Полный расчет для E-цепи на рис. 79 может быть выполнен с помощью выражений (174) и (145).

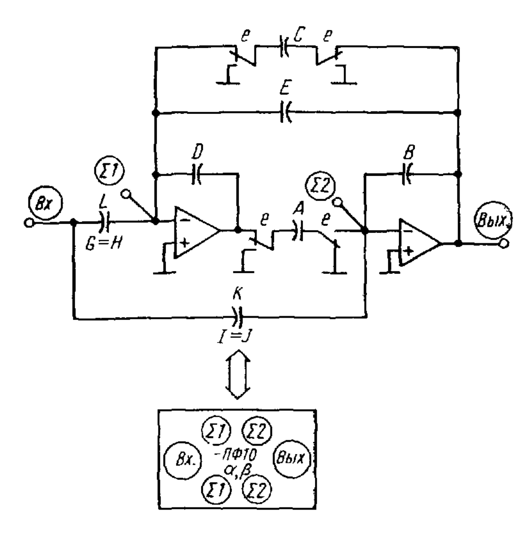


Рис. 79. Инвертирующее звено с передаточной функцией типа ПФ10, реализованное E-цепью

Напомним, что E-цепь имеет инвертирующую передаточную функцию T_E при выходном сигнале U и неинвертирующую T'_E при выходном сигнале U' [см. выражения (140)]. Следовательно, одну и ту же схему можно применять для реализации как инвертирующих, так и неинвертирующих передач. При этом не требуется дополнительный инвертор напряжения, следует лишь правильно выбрать точку съема выходного сигнала. Удобная реализация неинвертирующей передаточной функции типа ПФ10, которую назовем E'-цепью, показана на рис. 80. Здесь для получения неинвертирующей функции T'_E выходное напряжение снимается с выхода первого ОУ, а источник входного сигнала, как и в схеме на рис. 79, соединен со схемой через непереключаемые конденсаторы L и K. Со-

отношения для расчета емкостей получим, приравняв коэффициенты числителя передаточной функции T'_E (140б), где $G=H=L$ и $I=J=K$, коэффициентам числителя заданной передаточной функции $\hat{H}_B(1-z^{-1})(1+z^{-1})$. После несложных алгебраических преобразований имеем

$$L=\hat{H}_B(1+2\,E/C),\ K=2\,\hat{H}_B/C. \qquad (175)$$

Полный набор соотношений для расчета схемы состоит из (175) и (145). Заметим, что сначала находят значения C и E по выражению (145), причем $E=0$ при $\beta_i=1$.

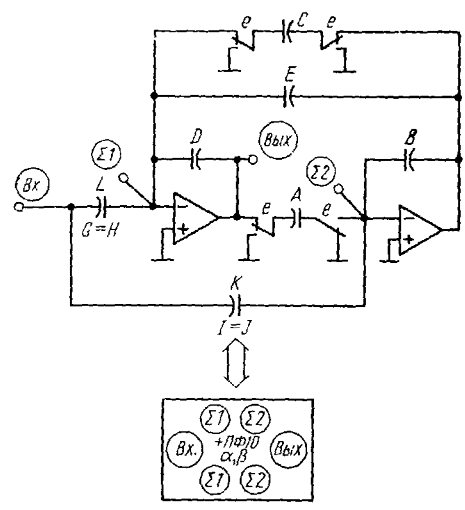


Рис. 80. Неинвертирующее звено с передаточной функцией типа ПФ10, реализованное E'-цепью

Для составления принципиальной схемы SC-фильтра, структурная схема которого приведена на 78,*б*, используются схемные реализации отдельных звеньев (см. рис. 79, 80). Первое и третье (инвертирующие) звенья с передаточными функциями типа ПФ10 реализуются по схеме на рис. 79,*а*, второе (неинвертирующее) — по схеме на рис. 80 при $E_2=0$. Внешние цепи обратной связи с передаточными функциями F_{12} и F_{23} и суммирование сигналов на входе звеньев осуществляются с помощью дополнительных конденсаторов, подключенных к внутренним суммирующим узлам звеньев Σ_1, Σ_2, как показано на рис. 81. Заметим, что для упрощения схемы операция суммирования «отодвинута» со входа звена на его внутренние узлы (Σ_1, Σ_2). Так как входной сигнал звена поступает на оба узла че-

рез конденсаторы, то аналогично требуется организовать передачу сигнала по внешней цепи обратной связи, т. е. через конденсаторы в те же самые суммирующие узлы. Для получения нужных коэффициентов передачи F_{12} и F_{23} емкости X_{12}, Y_{12}, X_{23}, Y_{23} должны удовлетворять следующим равенствам:

$$X_{12}/D_1 = 2\,\hat{H}_{B1}\,F_{12},\; Y_{12}/B_1 = H_{B1}\,F_{12}, \qquad (176а)$$

$$X_{23}/D_2 = 2\,\acute{H}_{B2}\,F_{23}/C,\; Y_{23}/B_2 = H_{B2}\,F_{23}\,(1+2\,E/C). \qquad (176б)$$

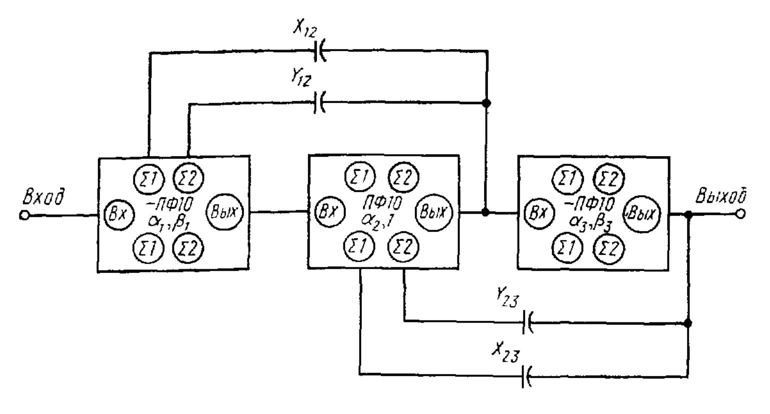


Рис. 81. Схема многопетлевого полосового SC-фильтра шестого порядка

Аналогично можно построить полосовые активные SC-фильтры по другим многопетлевым структурным схемам. Ранее рассмотрено построение фильтра на базе звеньев ПФ10, передаточные функции которых получены с помощью билинейного преобразования, однако возможны более эффективные способы реализации с помощью ПФ-звеньев другого типа, например с передаточными функциями типа ПФ00. Под большей эффективностью здесь понимается меньшая суммарная емкость конденсаторов, а следовательно, меньшая площадь, занимаемая на кристалле. К сожалению, до настоящего времени не выяснено наилучшее сочетание структурной схемы многопетлевого фильтра и типа передаточной функции звеньев для достижения низкой чувствительности и малой суммарной емкости конденсаторов.

Многопетлевые схемы, например как рассмотренная здесь, очень эффективны и при построении ФНЧ [9]. Такие фильтры строят на базе звеньев первого порядка: ни-

теграторы без потерь и демпфированные интеграторы. Наиболее удобны ПДС-интеграторы без потерь и демпфированные (модифицированные) интеграторы этого же типа [см. передаточные функции в табл. 2 и (71)]. Многопетлевые SC-фильтры нижних частот сохраняют низкую чувствительность к изменению параметров элементов, свойственную их активным RC- и пассивным LC-прототипам. Важно, что при практическом построении многопетлевых схем, нечувствительных к влиянию паразитных емкостей, можно использовать дуальную эквивалентность интеграторов (70) и схемы интеграторов, представленные в табл. 4. На рис. 82 показана схема активного SC-фильтра нижних частот четвертого порядка и его эквивалентная схема в z-области. Читатель может в качестве упражнения проверить правильность составления эквивалентной схемы и проанализировать ее.

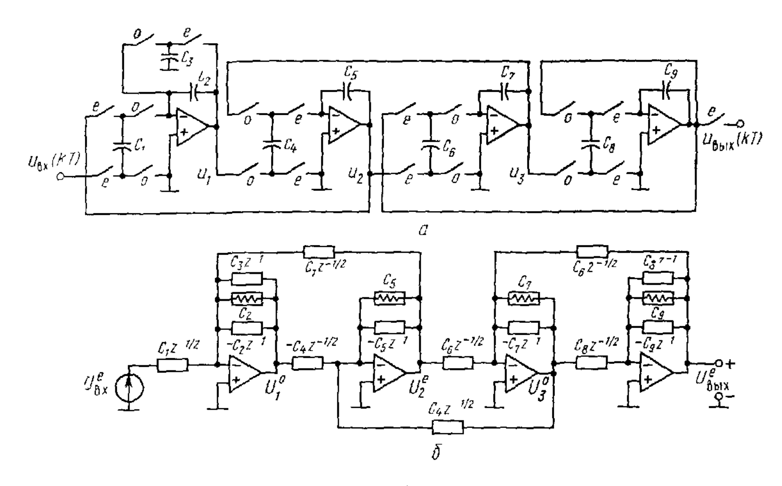


Рис 82 Схема многопетлевого SC-фильтра нижних частот четвертого порядка (*а*) и ее эквивалентная схема (*б*)

В гл. 4 обсуждались различные схемы и методы имитации индуктивного входного сопротивления и частотно-зависимого отрицательного сопротивления. На рис. 41 приведен пример, демонстрирующий преобразование пассивной лестничной RLC-цепи в активную SC-цепь. Обычно такие схемы имеют высокоомный выход и требуют применения операционных усилителей с дифференциальным входом. Поэтому, как отмечено в гл. 5, возможность их воплощения по кремниевой МОП-технологии сомнительна.

7.3. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МИКРОСХЕМА ДЛЯ *SC*-ФИЛЬТРОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА, ПРОГРАММИРУЕМАЯ ФОТОШАБЛОНАМИ

Гибкость обобщенной схемы звена второго порядка на рис. 64 и возможность размещения на одном МОП-кристалле множества таких звеньев позволили разработать универсальную микросхему («базовый кристалл») с аналоговыми входом и выходом [29]. Она выполнена по поликремниевой МОП-технологии с каналами *n*-типа с обеднением и обогащением и имеет напряжение питания ±5 В. С помощью микросхемы можно реализовать до 22 полюсов (и нулей) передаточной функции, из которых 6 реализуются аналоговыми непрерывными преселектором и фильтром, сглаживающим выходной сигнал. Два поликристаллических кремниевых слоя формируют верхние и нижние обкладки конденсаторов, а также два из трех уровней соединений между элементами. Третий уровень соединений выполнен с помощью металлизации алюминием. Для реализации любой конкретной передаточной функции требуется изготовить по индивидуальному заказу только два поликристаллических кремниевых фотошаблона. Все остальные фотошаблоны стандартные. Такой подход не только сокращает сроки проектирования и производства, но и делает технологию, обеспечивающую высокую степень интеграции, доступной даже для тех заказчиков, чей объем производства недостаточно велик, чтобы оправдать изготовление полного комплекта фотошаблонов.

Микросхема (показанная на рис. 83) имеет небольшие размеры (примерно 3×6 мм²) и размещена в герметичном плоском корпусе с двухрядным расположением 16 выводов (ДИП). Как показано на рис. 83, не соединенные между собой элементы микросхемы объединены на кристалле в группы по функциональному признаку: 22 операционных усилителя [10], генератор, логические элементы для формирования тактовых импульсов и синхронизаторы, буферные цепи для ввода сигнала в дискретной форме, источник опорного напряжения, резисторы, 88 аналоговых ключей, металлические шины для аналогового и цифрового сигналов, аналоговые фильтры второго порядка для ограничения спектра входного сигнала и сглаживания выходного сигнала. Заказные поликристаллические фотошаблоны служат для задания массива конденсаторов и межсоединений, требуемых в разрабатываемой схеме фильтра, а также для программирования логических цепей. Для этого на кристалле предусмотрено достаточное число ме-

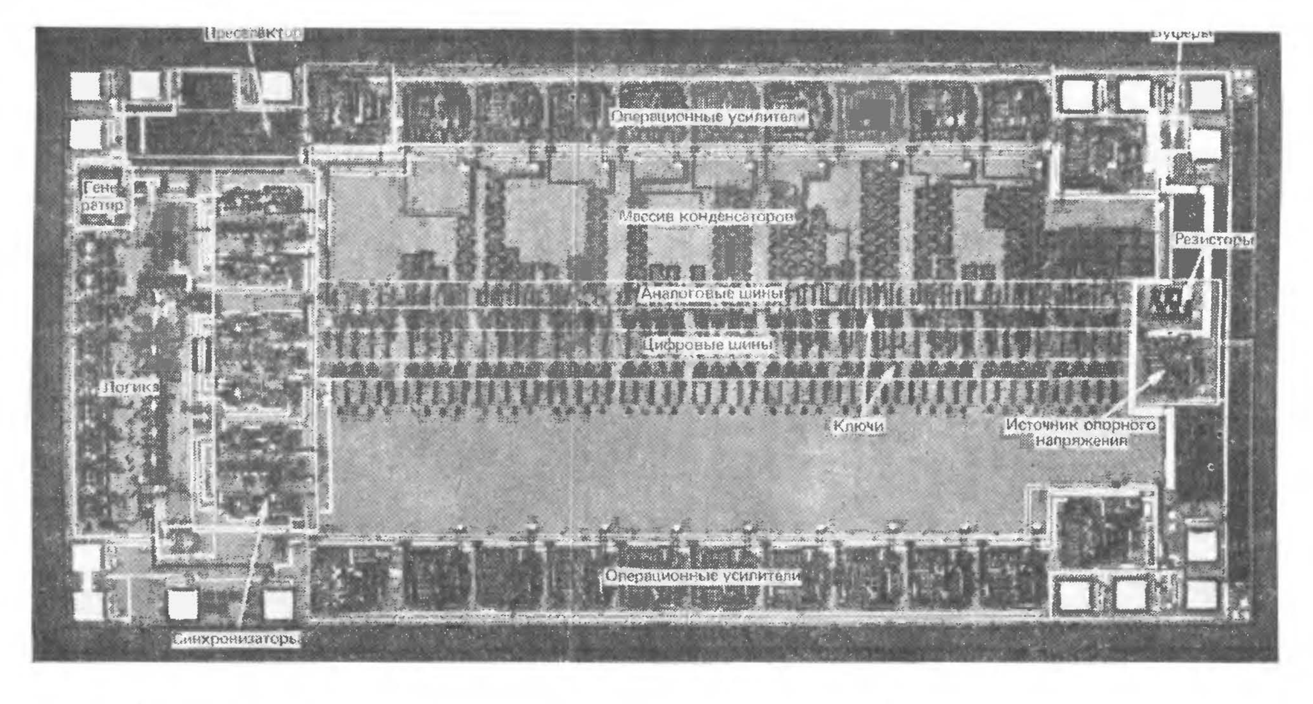


Рис. 83. Микрофотография кристалла, используемого для реализации полосового фильтра десятого порядка по схеме на рис. 76

таллических линий и окон. Свободную площадь между операционными усилителями и ключами можно использовать для конденсаторов.

Микросхема может управляться внешним прецизионным генератором тактовых импульсов или вырабатывать свои тактовые импульсы с помощью встроенного и внешнего кварцевого генераторов. Кроме того, ее можно сопрячь с другими дискретными или цифровыми устройствами с помощью синхроимпульсов, вырабатываемых внутри или вне микросхемы. Для управления внутренними логическими цепями или для вывода дискретного сигнала предусмотрены совместимые с ТТЛ логическими элементами входная и выходная буферные цепи. Логические элементы формирования тактовых импульсов также программируются с помощью фотошаблонов. Эта часть микросхемы состоит из девяти элементов деления на два и других логических элементов в количестве, необходимом для получения до трех наборов неперекрывающихся импульсных последовательностей с желаемой скважностью. Возможность программирования импульсных последовательностей особенно полезна при каскадировании звеньев *SC*-фильтра, имеющих различные тактовые частоты, что делается для более экономного использования площади кристалла, отведенной под конденсаторы. Об этом упоминалось в разд. 7 2.

Верхняя часть кристалла на рис. 83 запрограммирована для реализации полосового фильтра десятого порядка, схема которого изображена на рис. 76. Здесь, как и в большинстве применений, использована только часть элементов микросхемы Для уменьшения потребления энергии все неиспользованные цепи обесточены, что достигается с помощью тех же двух заказных фотошаблонов Хотя здесь показано применение микросхемы для построения каскадного фильтра, однако ее гибкость достаточна и для реализации фильтров с многопетлевыми цепями обратной связи Кроме того, к четырем из 22 операционных усилителей можно подключать внешнюю нагрузку, поэтому на одной микросхеме можно создать четыре отдельных фильтра.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе дано представление об анализе и синтезе фильтров с переключаемыми конденсаторами. Для удобства анализа и облегчения восприятия при изложении материала широко использована аналогия между *SC*- и активными *RC*-фильтрами Синтез построен на их подобии

цифровым фильтрам. Практическое воплощение с помощью МОП-технологии основано на уникальных свойствах, присущих SC-схемам. Для анализа фильтров с переключаемыми конденсаторами использованы эквивалентные схемы в z-области. Хотя дискретная форма сигнала в SC-цепях позволяет применять z-преобразование, однако описание этих цепей благодаря их аналоговой природе вполне возможно и на базе теории линейных цепей с постоянными параметрами.

Эффективность схем с переключаемыми конденсаторами для построения фильтров всех типов продемонстрирована на ряде примеров. Авторы надеются, что их работа будет стимулировать интерес читателя к исследованию и практическому воплощению этого нового класса электрических цепей. Свидетельством интенсивного развития этой области является освоение в производстве многих типов изделий с активными SC-фильтрами (см., например, [23, 29]).

ЗАДАЧИ

1. Определите минимальный порядок ФНЧ Баттерворта, предназначенного для устранения эффекта наложения спектров. Фильтр имеет единичный коэффициент передачи на нулевой частоте, затухание 3 дБ на частоте 3 кГц и затухание не менее 30 дБ на частотах $f \geqslant f_s$, где $f_s = 8$ кГц (*а*); $f_s = 32$ кГц (*б*); $f_s = 64$ кГц (*в*), $f_s = 128$ кГц (*г*).

2. Рассмотрите применение ФНЧ второго порядка по схеме Саллена — Ки (рис. 84) в качестве преселектора. Передаточная функция фильтра имеет вид

$$H(s) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + C_2 (R_1 + R_2) s + 1}.$$

Фильтр должен иметь затухание не более 3 дБ в диапазоне частот 0 ... 3 кГц и затухание не менее 30 дБ на частотах $f \geqslant f_s$. Полагая, что в худшем случае относительные отклонения номиналов резисторов R_1, R_2 и конденсаторов C_1, C_2 равны $\Delta R_1/R_1 = \Delta R_2/R_2 = \Delta C_1/C_1 = \Delta C_2/C_2 = \pm 0{,}5$, определите минимальное значение f_s, при котором выполняются указанные требования.

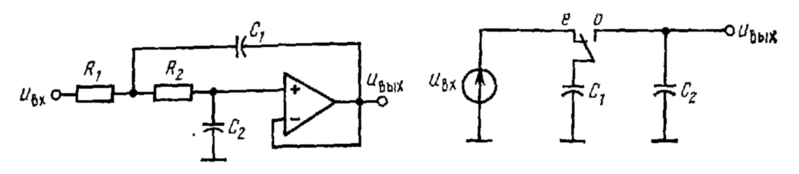


Рис. 84 Рис 85

3. С помощью уравнений (39) найдите передаточную функцию $U^{o}_{\text{вых}}(z)/U^{e}_{\text{вх}}(z)$ для звена с переключаемым конденсатором на рис. 85 Заметим, что $\Delta Q^{e}_{p}(z)=\Delta Q^{o}_{p}(z)=0$ на интервалах времени, когда отсутствуют независимые источники заряда, и что $Q^{o}_{pi}=C_i U^{o}_{p}$ и $Q^{e}_{pi}=C_i U^{e}_{p}$.

4. Определите передаточные функции H_1—H_4 в уравнении (47) для звена с переключаемым конденсатором на рис. 85.

5. Определите передаточные функции H_1—H_4 в уравнении (47) для звена с переключаемым конденсатором на рис. 86.

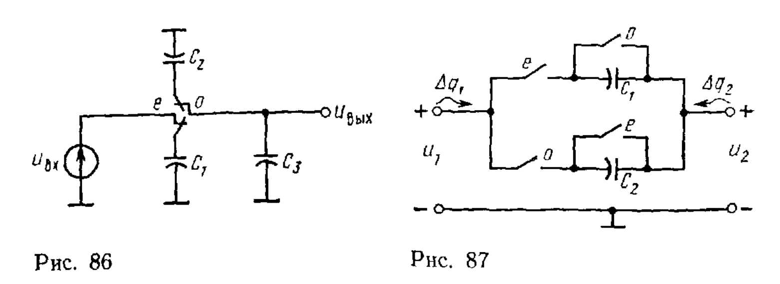


Рис. 86 Рис. 87

6. Покажите, что билинейное преобразование (55а) эквивалентно приближенному вычислению интеграла с помощью правила трапеций:

$$\int_0^{n\tau} x)\,dx \approx \frac{\tau}{2}\left[f(0)+2\sum_{k=1}^{(n-1)\tau} f(k\tau)+f(n\tau)\right].$$

7. Получите соотношение (64).

8. Выполните корректировку характерных частот передаточной функции

$$H(s)=\frac{s^2+1{,}4212\cdot 10^5}{s^2+1004{,}2s+6{,}9833\cdot 10^5}$$

и с помощью билинейного преобразования найдите передаточную функцию $H(z)$ при частоте дискретизации: *а*) $f_s=8$ кГц и б) $f_s=128$ кГц. Обсудите полученные результаты.

9. Получите приведенные в табл. 3 эквиваленты полных проводимостей в z-области с помощью: *а*) метода обратной разности, *б*) метода ПДС, *в*) билинейного преобразования.

10. Масштабируйте все эквивалентные проводимости, полученные в предыдущей задаче с помощью билинейного преобразования, путем умножения на $(1-z^{-1})$, т. е. $Y_s(z)=(1-z^{-1})Y(z)$. Обсудите вид полученных эквивалентов проводимостей.

11. Получите эквивалентные схемы SC-элементов, изображенных на рис. 24,*а,ж,з,и,л*. Обсудите различие эквивалентных схем на рис. 24, *и,л* и *м*.

12. Нарисуйте эквивалентные схемы SC-элементов, изображенных на рис. 26, применяя указанные на нем преобразования эквивалентной схемы обобщенного SC-элемента. Сравните полученные результаты с эквивалентными схемами этих элементов на рис. 24 и 25.

13. Получите эквивалентную схему SC-элемента, изображенного на рис. 87:

а) для $C_1 \neq C_2$, принимая в качестве переменных состояния ΔQ^e_1, ΔQ^o_1, ΔQ^e_2, ΔQ^o_2, U^e_1, U^o_1, U^e_2 и U^o_2;

б) для $C_1 = C_2$, принимая в качестве переменных состояния $\Delta Q_1 = \Delta Q^e_1 + \Delta Q^o_1$, $\Delta Q_2 = \Delta Q^e_2 + \Delta Q^o_2$, $U_1 = U^e_1 + U^o_1$ и $U_2 = U^e_2 + U^o_2$.

14. Постройте эквивалентные схемы SC-элементов, схемы которых приведены на рис. 88,*а*,*б*. Сравните свойства этих элементов.

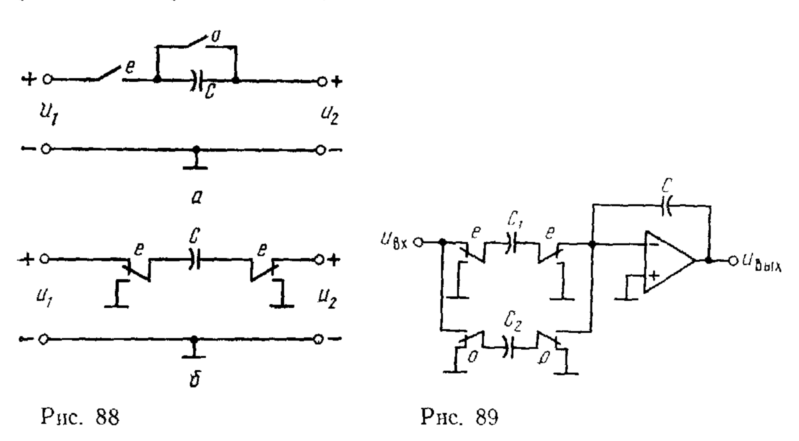


Рис. 88 Рис. 89

15. Получите передаточные функции H_1 и H_3 (96) для SC-элемента, выполненного по схеме на рис. 32.

16. Получите передаточные функции SC-интегратора, выполненного по схеме на рис. 40, приняв коэффициент передачи операционного усилителя в области низких частот равным a_0. Сравните полученные результаты с соотношением (101).

17. Повторите решение задачи 16 для демпфированного интегратора, схема которого приведена на рис. 45. Пусть искомая передаточная функция имеет вид

$$H_1(z) = \frac{-\tau p}{(1+\tau p) - z^{-1}}.$$

Положив $C_1 = \alpha C$, $C_2 = C$ и $C_3 = \beta C$, выразите параметры α и β через промежуточные параметры τp, a_0 и C.

18. Получите выражения для z-преобразования четных компонентов выходного напряжения $U^e_{вых}(z)$ SC-элемента, изображенного на рис. 89. Определите условия реализации билинейного интегратора.

19. Получите z-преобразование выходного напряжения $U^e_{вых}(z)$ SC-элемента, изображенного на рис. 90

20 *а*) найдите аналоговую передаточную функцию SC-интегратора, выполненного по схеме на рис. 91,*а*, при воздействии на входе непрерывного аналогового сигнала. Отметим, что выходное напряжение

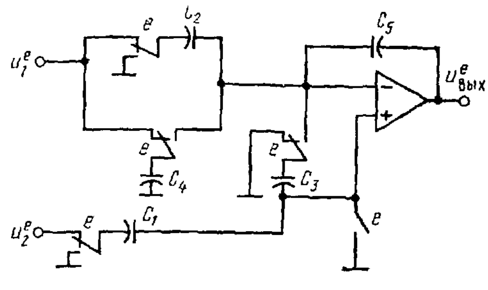


Рис. 90

подается на устройство выборки и запоминания, обладающее передаточной функцией (46); *б*) повторите решение варианта *а* для элемента, выполненного по схеме на рис. 91,*б*; *в*) обсудите результаты решения вариантов *а* и *б*.

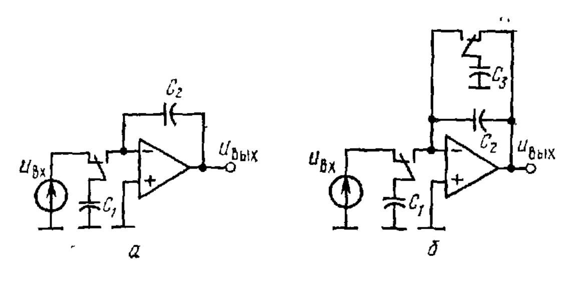


Рис. 91

21. Получите передаточную функцию билинейного интегратора, схема которого приведена на рис. 92, с учетом паразитных емкостей $C_{pв}$ и $C_{pт}$. В типичных интегральных МОП-схемах $C_{pв} \approx 0{,}1C_1$ и $C_{pт} \ll C_{pв}$. Емкость $C_{pв}$ в основном определяется емкостью между нижней обкладкой конденсатора C_1 и подложкой, следовательно, она пропорциональна C_1. Емкость $C_{pт}$ намного меньше, так как определяется емкостью между подводящими линиями (между ключами и верхней обкладкой конденсатора C_1) и подложкой, а также истоками и стоками двух ключей и подложкой.

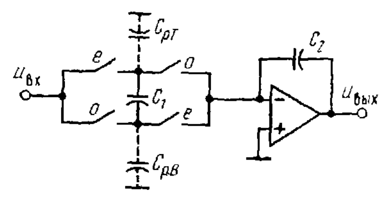


Рис. 92

22. Получите передаточную функцию в z-области демпфированного интегратора, схема которого приведена на рис. 42,*а*. Учтите при анализе все паразитные емкости, влияющие на передаточную функцию. Определите погрешности определения коэффициента передачи и расположения нулей.

23. Сконструируйте эквивалентную схему SC-элемента, выполненного по схеме на рис. 93:

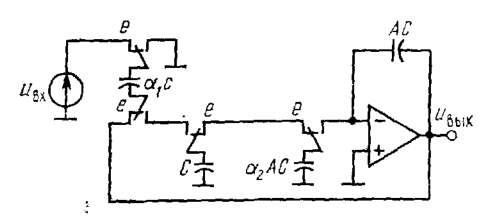


Рис. 93

а) найдите передаточную функцию $H(z)=U^e_{вых}/U^e_{вх}$;

б) получите выражения для определения добротности Q и частоты полюса ω_0;

в) включите в эквивалентную схему паразитные емкости $C_{pв}$, $C_{pт}$. Получите для этого случая выражения для Q и ω_0 и сравните их с выражениями для Q и ω_0 в идеальном случае варианта *б*.

24. Реализуйте передаточную функцию, приведенную в задаче 8, используя SC-звено второго порядка, схема которого приведена на рис. 64:

а) рассчитайте E цепь при $f_s=8$ кГц;

б) рассчитайте F-цепь при $f_s=8$ кГц;

в) рассчитайте E-цепь при $f_s=128$ кГц;

г) рассчитайте F-цепь при $f_s=128$ кГц;

д) сравните суммарные емкости конденсаторов, требуемых для этих четырех схем.

При проектировании фильтра там, где это необходимо, используйте корректировку характерных частот передаточной функции, примените эквивалентные преобразования цепей (рис. 67), масштабируйте элементы для получения максимального динамического диапазона и обеспечьте равенство минимальных емкостей 1 пФ.

25. Получите выражения для расчета компонентов SC-звена второго порядка, реализуемого E-цепью (рис. 94). Покажите, что это звено может иметь передаточную функцию, аналогичную передаточной функции фазового звена.

26. Синтезируйте ПФ с помощью SC-звена второго порядка, используя передаточную функцию аналогового прототипа (65). Частота дискретизации $f_s=128$ кГц. Выравняйте максимальные значения сигнала на выходах обоих операционных усилителей и масштабируйте емкости так, чтобы наименьшая емкость равнялась 1 пФ:

а) спроектируйте ПФ10 на основе *Е*-цепи;

б) спроектируйте ПФ10 на основе *F*-цепи,

в) спроектируйте ПФ01 на основе *Е*-цепи;

г) спроектируйте ПФ01 на основе *F*-цепи;

д) постройте и сравните частотные характеристики ПФ, ПФ10 и ПФ01;

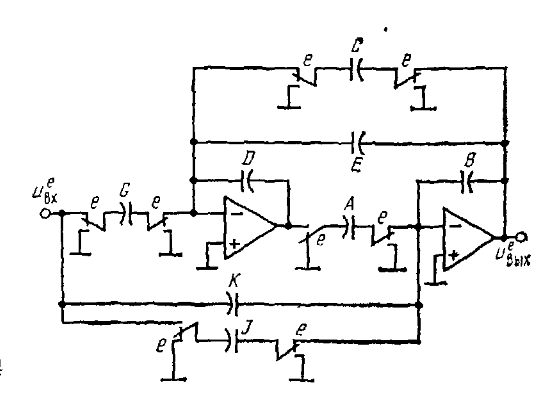


Рис. 94

е) сравните суммарные емкости, необходимые для реализации фильтров в пунктах *а*, *б*, *в*, *г*;

ж) обсудите результаты, полученные в пунктах *д*, *е*.

27. Спроектируйте каскадный *SC* фильтр типа ФНЧ пятого порядка Его передаточная функция описывается выражением

$$H(s)=\frac{\left(s^2+\omega_{z1}^2\right)\left(s^2+\omega_{z2}^2\right)}{(s-{}_0)\quad-{}_1)\left(s-{}_1^{*}\right)(s-p_2)\left(s-p_2^{*}\right)},$$

где $\omega_{z1}=43\,200$ рад/с, $\omega_{z2}=29\,200$ рад/с, $p_0=-16\,800$ рад/с, $p_1=(-0{,}97+j1{,}75)\cdot10^4$ рад/с, $p_2=(-0{,}236+j2{,}224)\cdot10^4$ рад/с. Выберите масштабный множитель *K* так, чтобы коэффициент передачи по постоянному току равнялся 0 дБ Частота дискретизации $f_s=128$ кГц. Используйте нечувствительные к паразитным емкостям схемы на рис. 63, 64 и преобразования на рис 67. Считайте, что на вход подается непрерывный аналоговый сигнал, схема фильтра выбрана таким образом, что выходное напряжение дискретизируется и сохраняется постоянным в течение всего периода $1/f_s$. При проектировании фильтра предусмотрите выравнивание максимального уровня сигнала на выходах всех операционных усилителей и масштабируйте конденсаторы к минимальному значению 1 пФ

а) спроектируйте звенья второго порядка на основе *Е*-цепи;

б) спроектируйте звенья второго порядка на основе *F*-цепи;

в) для вариантов *а*, *б* определите минимум суммарной емкости.

28. Выведите уравнения (176)

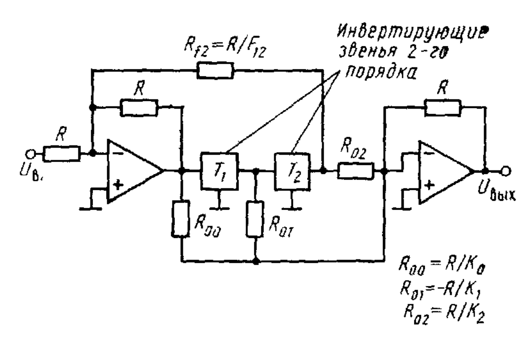


Рис 95

29. Используя методику, описанную в разд. 7 2, спроектируйте многопетлевой SC-фильтр, для которого аналоговым прототипом служит активный RC-фильтр, схема которого приведена на рис. 95. Частота дискретизации (нормированная) равна $f_s=50$. Передаточная функция аналогового полосового фильтра второго порядка описывается выражением

$$T_i=-\frac{K_i}{Q_i}\,\frac{s}{s^2+\dfrac{1}{Q_i}s+1}.$$

а) покажите, что операции суммирования в схеме на рис. 95 могут быть реализованы с помощью SC-звена, выполненного по схеме на рис. 96;

б) спроектируйте фильтр второго порядка типа ПФ10 на основе E-цепи, имеющий приведенную передаточную функцию T_i. Выравняйте максимальные напряжения на выходах операционных усилителей и масштабируйте емкости так, чтобы минимальное значение емкости равнялось единице.

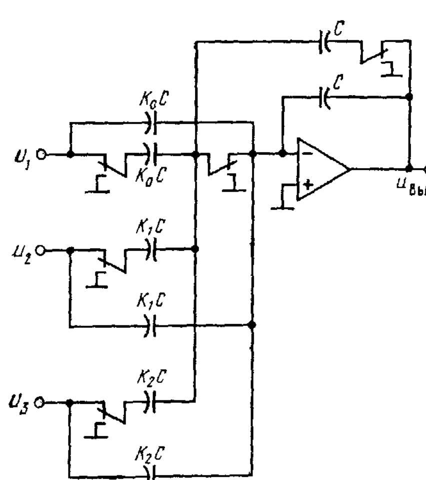


Рис. 96

30. Используя методику, изложенную в разд. 7.2, начертите структурную схему многопетлевого ПФ 16-го порядка с переключаемыми конденсаторами. Покажите все внешние цепи обратной связи, как это сделано на рис. 81. Приведите принципиальную схему звена второго порядка, на основе которого построен многопетлевой фильтр.

31. Найдите передаточную функцию четвертого порядка ФНЧ, имеющего структуру с череззвенной обратной связью (рис. 82).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. SEQUIN, C. H., AND M. F. TOMPSETT, *Charge Transfer Devices.* New York: Academic Press, 1975.
2. SCHILLING, D L., AND H. TAUB, *Digital Integrated Electronics.* New York: McGraw-Hill, 1977.
3. RABINER, L. R., AND B. GOLD, *Theory and Application of Digital Signal Processing.* Englewood Cliffs, N J.; Prentice-Hall, 1975.
4 RAGAZZINI, J. R , AND G F. FRANKLIN, *Sampled Data Control Systems.* New York: McGraw-Hill, 1958.
5. DESOER, C. A., AND E. S. KUH, *Basic Circuit Theory* New York: McGraw-Hill, 1969.
6 GRAY, P. R., D. A. HODGES, R. W. BRODERSEN, eds , *Analog Mos Integrated Circuits,* IEEE Press, 1980.
7 SCHAUMANN, R., M. A. SODERSTRAND, K. R. LAKER, eds , *Modern Active Filter Design,* IEEE Press, 1981.
8. BUSS, D. D., D. R. COLLINS, W. H. BAILEY, AND C R. REEVES, "Transversal Filtering Using Charge Transfer Devices," *IEEE J. Solid-State Circuits,* SC-8 (April 1973), 138–146.
9. BRODERSEN, R. W., P. R GRAY, AND D. A. HODGES, "MOS Switched Capacitor Filters," *Proc. IEEE,* 67 (January 1979), 61 75.
10. TSIVIDIS, Y. P., AND D. L. FRASER, JR., "A Process Insensitive NMOS Operational Amplifier," *Dig.* 1979 *IEEE Int. Solid-State Circuits Sym.,* February 1979, pp. 188–189. TSIVIDIS, Y. P., "Design Considerations in Single Channel MOS Analog Integrated Circuits—A Tutorial," *IEEE J Solid-State Circuits,* SC-13 (June 1978), 383–391.
11. KURTH, C. F., AND G S. MOSCHYTZ, "Nodal Analysis of Switched Capacitor Networks," *IEEE Trans. Circuits Syst ,* CAS-26 (February 1979), 93–104; and "Two-port Analysis of Switched Capacitor Networks Using Four-Port Equivalent Circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst ,* CAS-26 (March 1979), 166–180.
12 LAKER, K. R , "Equivalent Circuits for the Analysis and Synthesis of Switched Capacitor Networks," *Bell Syst. Tech J ,* 58 (March 1979), 727–767.
13. LIOU, M. L . AND Y. L KUO, "Exact Analysis of Switched Capacitor Circuits with Arbitrary Inputs," *IEEE Trans. Circuits Syst ,* CAS-26 (May 1979), 213–223.
14 BRUTON, L. T., "Low Sensitivity Digital Ladder Filters," *IEEE Trans. Circuits Syst ,* CAS-22 (March 1975), 168–176.
15 FRIED, D L , "Analog Sampled Data Filters," *IEEE J Solid-State Circuits,* SC-7 (August 1972), 302–304.
16. CAVES, J. T , ET AL , "Sampled Analog Filtering Using Switched Capacitors as Switched Resistors," *IEEE J. Solid-State Circuits,* SC-12 (December 1977), 592–599
17 TEMES, G. C., AND I. A. YOUNG, "An Improved Switched Capacitor Integrator," *Electron. Lett.,* 14, no. 9 (April 27 1978), 287–288.
18 TEMES, G C , N J. ORCHARD, AND M. JAHANBEGLOO, "Switched Capacitor Filter Design Using the Bilinear *z*-Transform," *IEEE Trans Circuits Syst ,* CAS-25 (December 1978), 1039–1044.
19. HERBST, D., ET AL , "MOS Switched Capacitor Filters," *Dig.* 1979 *Int. Solid-State Circuits Conf.,* (February 1979), 74–75

20 Rahim, C F, et al, "A Functional MOS Circuit for Achieving Bilinear Transformation in SC Filters,' *IEEE J Solid State Circuits*, SC-13 (December 1978), 906-909

21 Hosticka, B J, and G S Moschytz, "Switched Capacitor Simulation of Grounded Inductors and Gyrators,' *Electron Lett*, 14, no 24 (November 23 1978), 788 790

22 Temes, G C, and M Jahanbegloo, "Switched Capacitor Circuits Bilinearly Equivalent to the Floating Inductor and FDNR,' *Electron Lett*, 15, no 3 (February 1979), 87–88

23 Jacobs, G M, et al, "Touch Tone Docoder Chip Mates Analog Filters with Digital Logic,' *Electronics*, (February 15 1979), 105 112

24 Martin, K, and A S Sedra, "Strays Insensitive Switched Capacitor Filters Based on the Bilinear *z* Transform, *Electron Lett*, 15, no 13 (July 1979), 365–366

25 Fleischer, P E, and K R Laker, 'A Family of Active Switched Capacitor Biquad Building Blocks," *Bell Syst Tech J*, 58 (December 1979), 2235–2269

26 McCreary, J L, and P R Gray "All-MOS Charge Redistribution Analog to Digital Conversion Techniques—Part I," *IEEE J Solid State Circuits*, SC-10 (December 1975) 371 379

27 Stieglitz, K, Computer Aided Design of Recursive Digital Filters," *IEEE Trans Audio Electroacoust*, Au 18 (June 1970), 123–129

28 Martin, K, and A S Sedra, 'Exact Design of Switched Capacitor Band pass Filters Using Coupled Biquad Structures," *IEEE Trans Circuits Syst*, CAS-27 (June 1980), 469–475

29. Fleischer, P E, K R Laker, D G Marsh, J P Ballantyne, A A Yiannoulus, and D L Fraser, 'An NMOS Building Block for Telecommunications Applications, *IEEE Trans Circuits Syst*, CAS 27 (June 1980), 552 559

СПИСОК РАБОТ, ПЕРЕВЕДЕННЫХ НА РУССКИЙ ЯЗЫК

1 **Секен К., Томпсет М** Приборы с переносом заряда Пер с англ / Под ред В В Поспелова и Р А Суриса — М Мир, 1978 — 328 с

3 **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов Пер с англ /Под ред Ю Н Александрова — М Мир, 1978 — 848 с

5. **Дезоер Ч. А., Ку Э С.** Основы теории цепей Пер с англ /Под ред В А Смирнова. — М Связь, 1976 — 288 с

9 **Бродерсен Р. У, Грей П Р** МПД фильтры с переключаемыми конденсаторами — ТИИЭР, 1979, т 67, № 1, с 73—88

23 **Джекобс, Лендсберг, Уайт, Ходжес.** Аналоговые фильтры и цифровая логика на кристалле приемника тастатурного телефонного набора — Электроника, т 52, № 4, 1979, с 24—34.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Д1 **Грегорян Р., Мартин К У., Темеш Г. К** Проектирование схем на переключаемых конденсаторах — ТИИЭР, 1983, т 71, № 8, с. 35—67.

Д2. **Капустян В. И.** Активные фильтры высокого порядка — М Радио и связь, 1985 — 248 с

Д3 **Люэ М. Л, Го-Яньлун, Ли К. Ф.** Методический обзор направлений в области машинного анализа цепей с переключаемыми конденсаторами — ТИИЭР, 1983, т. 71, № 8, с 91—112.
Д4 **Мошиц Г., Хорн П.** Проектирование активных фильтров Пер с англ/Под ред И Н Теплюка — М Мир, 1984 — 320 с
Д5 **Синтез** линейных электрических и электронных цепей (метод переменных состояния)/Ионкин П А, Максимович Н Г, Миронов В Г и др — Львов Вища школа, 1982 — 311 с
Д6 **Справочник** по расчету и проектированию линейных аналоговых *ARC* устройств/Букашкин С А., Власов В П, Змий Б Ф и др; Под ред А А Ланнэ — М: Радио и связь, 1984 — 367 с
Д7 **Хьюлсман Л. П, Аллен Ф. Е.** Введение в теорию и расчет активных фильтров Пер с англ/Под ред А Е Знаменского. — М Радио и связь, 1984 — 382 с
Д8 **Цивидис Я.** Принципы работы и анализ схем с переключаемыми конденсаторами — ТИИЭР, 1983, т 71, № 8, с 17—35
Д9 **Эллстот Д. Дж., Блэк У. С.** Технология и проектирование монолитных МОП фильтрующих систем с переключаемыми конденсаторами — ТИИЭР, 1983, т 71, № 8, с 67—90
Д10 **Fried D. L.** Analog sampled data filters — IEEE J, 1972 v SC 7, N 4 p 302—304
Д11 **McKinney J. A., Halijak C A.** The periodically reverse-switched capacitor — IEEE Trans, 1968 v CAS 15, N 3 p 288—290

ОГЛАВЛЕНИЕ

Производственное издание

М. Гауси, К. Лакер

АКТИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ

Заведующая редакцией *О. В. Толкачева*
Редактор *И. И. Рюжина*
Художественный редактор *Т. В. Бусарова*
Обложка художника *В. В. Третьякова*
Технический редактор *А. Н. Золотарева*
Корректор *И. Г. Зыкова*

ИБ № 1355

Сдано в набор 23.09.85 Подписано в печать 07.03.86
Формат 84×108/32 Бумага кн.-журнальная № 2 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 8,82 Усл. кр.-отт. 9,135 Уч.-изд. л. 8,70
Тираж 15 000 экз. Изд. № 21562 Зак. № 134 Цена 60 к.
Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Московская типография № 5 ВГО «Союзучетиздат»
101000 Москва, ул. Кирова, д. 40